

8. Frederik erbt an seinem 13. Geburtstag 8500 € und legt das Geld sofort bei der Bank an. Die Bank verzinst das Geld die ersten 2 Jahre mit 4,5%, danach mit 6,5%.

a) Über welchen Betrag kann Frederik an seinem 18. Geburtstag verfügen?

b) Wie hoch hätte der Zinssatz während der ganzen Zeit gleich bleibend sein müssen, damit Frederik an seinem 18. Geburtstag 12500 € zur Verfügung hat?

c) In wie vielen Jahren hätte sich die Erbschaft bei einem Zinssatz von 5,5% auf 19000 € erhöht?

a) geg.: $K_0 = 8500 \text{ €}$

$n_1 = 2 \text{ Jahre}$

$n_2 = 3 \text{ Jahre}$

$p_1\% = 4,5\% \Rightarrow q_1 = 1,045$

$p_2\% = 6,5\% \Rightarrow q_2 = 1,065$ ✓

ges.: K_5

$K_{n_1} = K_0 \cdot q_1^{n_1}$

$K_2 = 8500 \cdot 1,045^2$

$K_2 = 9282,2125$

$K_2 = 9282,21 \text{ €}$ ✓

$K_5 = K_2 \cdot q_2^{n_2}$ ✓

$K_5 = 9282,21 \cdot 1,065^3$

$K_5 = 11212,445$

$K_5 = 11212,45 \text{ €}$ ✓

A: Am 18. Geburtstag kann Frederik über 11212,45 € verfügen.

b) geg.: $K_0 = 8500 \text{ €}$

$K_n = 12500 \text{ €}$

$n = 5 \text{ Jahre}$

ges.: $p\%$

$K_n = K_0 \cdot q^n$ | : K_0

$q^n = \frac{K_n}{K_0}$ ✓ | $\sqrt[n]{\quad}$

$q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$

$q = \sqrt[5]{\frac{12500}{8500}}$

$q = 1,0801852$ ✓

$q = 1,0802$

$p\% = 8,02\%$ ✓

A: Der Zinssatz hätte 8,02% betragen müssen.

c) geg.: $K_0 = 8500 \text{ €}$

$K_n = 19000 \text{ €}$

$p\% = 5,5\% \Rightarrow q = 1,055$

ges.: n

$K_n = K_0 \cdot q^n$ | : K_0

$q^n = \frac{K_n}{K_0}$ ✓

$n = \log_q \left(\frac{K_n}{K_0} \right)$

$n = \frac{\lg \frac{K_n}{K_0}}{\lg q}$

$n = \frac{\lg \frac{19000}{8500}}{\lg 1,055}$

$n = 15,023558$

$n = 15,02 \text{ Jahre}$ ✓

15. beides zulässig
A: In 16 Jahren hätte sich die Erbschaft auf 19000 € erhöht. ✓

$\lg(q^n) = \lg\left(\frac{K_n}{K_0}\right)$

$n \lg q = \lg K_n - \lg K_0$

$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$