Ministerium
für Bildung und Wissenschaft
des Landes Schleswig-Holstein

Zentrale Abschlussarbeit 2014

Übungsheft Realschulabschluss Mathematik

Korrekturanweisung

Herausgeber
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16 -22, 24105 Kiel

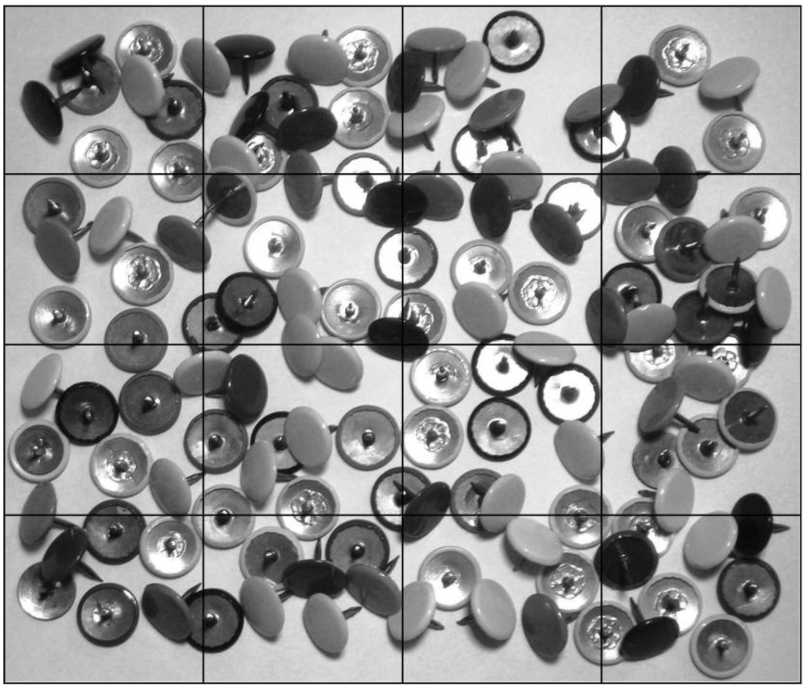
Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung und Wissenschaft des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Gestaltung Umschlag
Freistil mediensdesign
Titelfoto: suze@photocase.com

A Kurzformaufgaben - Lösungen

A1 Wie viele Reißzwecken sind ungefähr im Bild zusehen?



Es sind rund 130 Reißzwecken.

(*Es werden Werte von 110 bis 150 akzeptiert*).

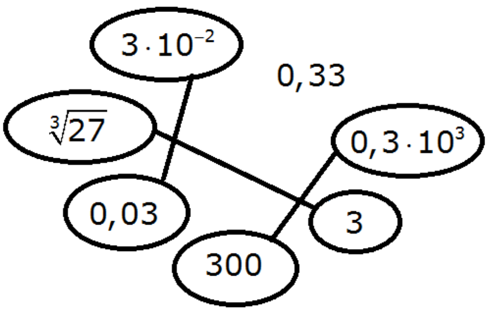
/1 P.

A2 Für 5 Pfannkuchen benötigt man 100 g Mehl.
Wie viel Mehl benötigt man für 6 Pfannkuchen? Kreuze an.

☐ 20 g ☐ 100 g ☒ 120 g ☐ 160 g

/1 P.

A3 Welche der 7 Terme haben den gleichen Wert?
Verbinde zu Paaren.



/3 P.

A4 In einigen der Zeitungsmeldungen stecken mathematische Fehler. Kreuze an.

	wahr	falsch
Drei Viertel aller Schüler verreisen dieses Jahr mit ihren Eltern. Voriges Jahr waren es mit 70% etwas weniger.	☒	☐
Jeder dritte Zehntklässler kannte den Urlaubsort bereits von vorhergegangenen Reisen. Letztes Jahr waren es weniger, nämlich nur jeder vierte.	☒	☐
Jeder sechste Schüler, das sind 6%, ist mit dem gewählten Reiseziel der Eltern nicht einverstanden.	☐	☒

/3 P.

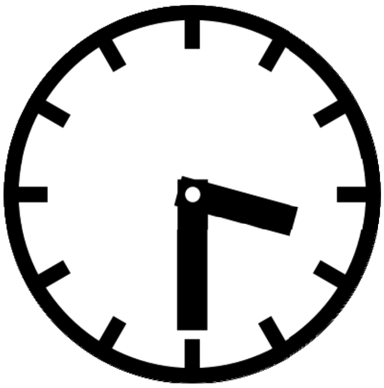
A5 Löse die Gleichung:

$$4x + 2 \cdot (x - 1) = 10$$

Lösung: $x = 2$

/1 P.

A6 Es ist genau 15:30 Uhr.
Gib an, welchen Winkel die beiden Zeiger der Uhr bilden.



Winkel: 75° (*es wird auch 285° akzeptiert*)

/1 P.

A7 Ergänze die Brüche in der Gleichung. Es soll eine wahre Aussage entstehen.

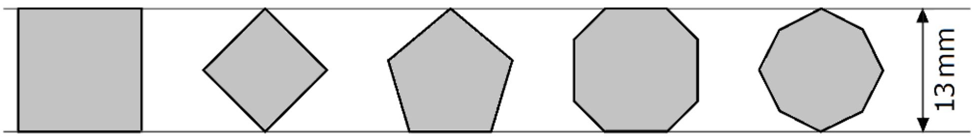
Eine mögliche Lösung wäre z.B.:

$$\boxed{\frac{1}{5}} \cdot \frac{3}{2} \cdot \boxed{\frac{1}{9}} = \frac{1}{30}$$

/1 P.

A8 Verschiedene Schrauben sollen mit den dargestellten 13er Schraubenschlüssel festgezogen werden.
Hinweis: 13 bedeutet hier 13 mm Öffnungsbreite.

Kreuze an, ob mit dem Schraubenschlüssel die dargestellten Schrauben festgezogen werden können.



ja	X			X	
nein		X	X		X

/5 P.

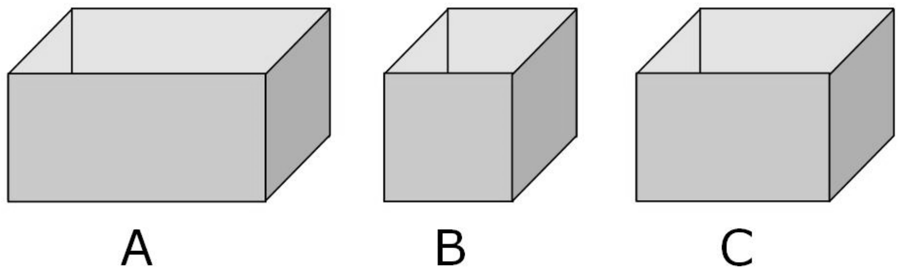
A9 Jede der sechs Flächen eines Würfels ist entweder rot oder blau angestrichen. Beim Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, dass Rot gewürfelt wird.

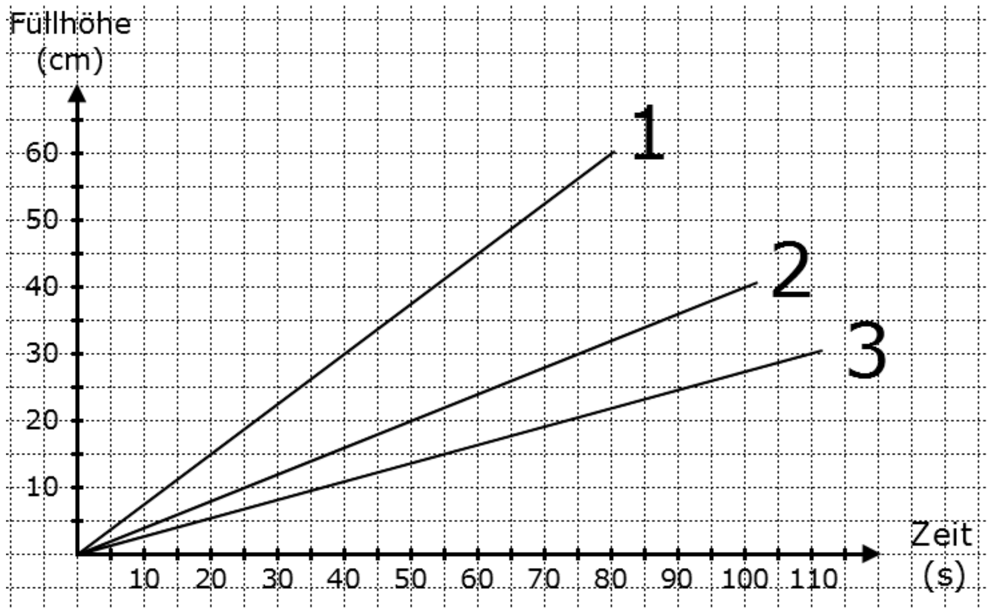
➢ Gib die Anzahl der blauen Flächen an.

Der Würfel hat 4 blaue Flächen.

/1 P.

A10 Die Aquarien A, B und C werden mit Wasser gefüllt. Dabei ist der Wasserhahn jeweils gleich weit aufgedreht.





➢ Welcher Graph gehört zu welchem Aquarium? Ordne zu.

Graph 1: B Graph 2: C Graph 3: A

/2P.

➢ Gib an, nach wie vielen Sekunden im Graphen 2 eine Füllhöhe von 30 cm erreicht ist: 75 s.

/1 P.

➢ Gib an, wie hoch das Wasser im Graphen 3 nach 55 s steht: 15 cm.

/1 P.

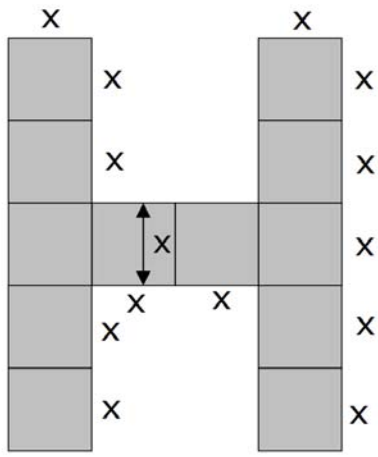
A11 In einer Tüte befinden sich 20 gelbe, 25 rote, 30 grüne und mehrere weiße Gummibärchen. Die Wahrscheinlichkeit, ein weißes Gummibärchen zu ziehen, beträgt 25%.

➢ Gib an, wie viele Gummibärchen in der Tüte waren.

Lösung: 100 Gummibärchen

/1 P.

A12



- Erkläre mit Hilfe der Zeichnung, dass der Flächeninhalt der Figur $A = 12x^2$ beträgt. (*TIPP: Zeichne dir in die Figur Hilfslinien ein.*)

  Erklärung:

  Die Figur besteht aus 12 gleich großen Quadraten. Jedes besitzt den Flächeninhalt von $1x^2$. Deswegen beträgt der Flächeninhalt der gesamten Figur $12x^2$ (siehe Zeichnung).

/2 P.

- Stelle einen Term für den Umfang der Figur auf.

  Umfang u = 26x.

/1 P.

A13 Beurteile die folgenden Aussagen.
Gib bei wahren Aussagen ein Beispiel an und korrigiere falsche Aussagen.

	wahr	**falsch**	**Beispiel / Korrektur**
Es gibt Zahlen, die man **nicht** als Bruch schreiben kann.	☒	☐	z.B.: π, $\sqrt{2}$
Genau 3 Primzahlen sind kleiner als 10.	☐	☒	Es gibt 4 Primzahlen kleiner als 10
Die Gegenzahl zu 7,1 ist 1,7.	☐	☒	Die Gegenzahl zu 7,1 ist – 7,1

/6 P.

A14 Die Schüler der Klasse 8c haben ihre Körpergrößen gemessen und ihre Messergebnisse zusammengetragen (siehe Tabelle).

<table>
<tr><td>Größe</td><td>< 150 cm</td><td>150 cm – 159 cm</td><td>160 cm – 170 cm</td><td>> 170 cm</td></tr>
<tr><td>Anzahl</td><td>||||</td><td>~~||||~~ ~~||||~~ |</td><td>~~||||~~ |||</td><td>||</td></tr>
</table>

➢ Gib den prozentualen Anteil der Schülerinnen und Schüler an, die 150 cm bis 159 cm groß sind.

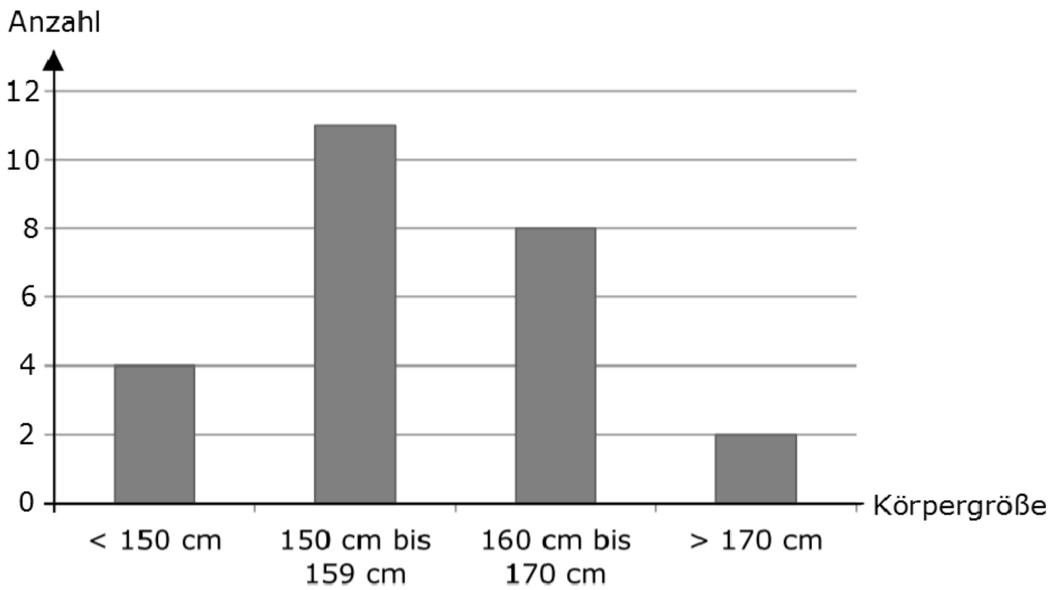
Es sind $\frac{11}{25} = 44\%$.

➢ Gib den prozentualen Anteil der Schülerinnen und Schüler an, die kleiner als 160 cm groß sind.

Es sind $\frac{15}{25} = 60\%$.

/2 P.

➢ Erstelle mit den Daten der Tabellen ein Säulendiagramm.



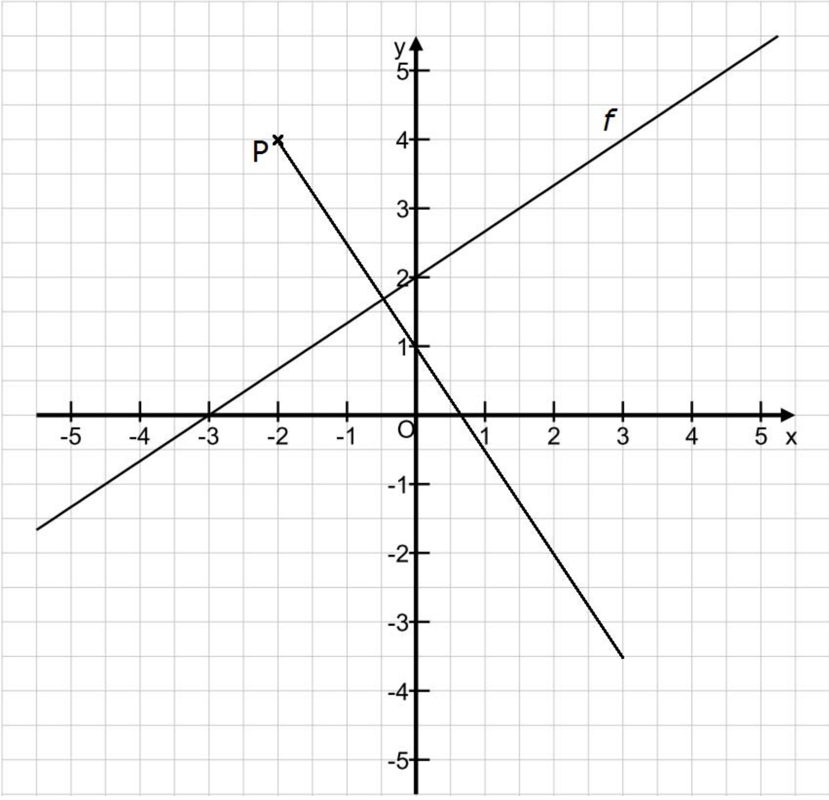
/2 P.

A15 Die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt sich. Damit vergrößert sich sein Volumen auf:

☐ 200 % ☐ 400 % ☐ 600 % ☒ 800 %

/1 P.

A16



➢ Gib die Steigung der Geraden *f* an.

$m = \frac{2}{3}$

➢ Zeichne eine zu *f* senkrechte Gerade durch den Punkt P(–2 | 4).

➢ Welche der folgenden Geraden steht senkrecht zu *f*?

☐ $y = \frac{2}{3}x - 2$ ☐ $y = -\frac{2}{3}x - 2$ ☐ $y = \frac{3}{2}x - 2$ ☒ $y = -\frac{3}{2}x - 2$

/3 P.

A17 Die längste Seite eines Dreiecks ist mit c bezeichnet und es gilt:
$a^2 + b^2 > c^2$
Was lässt sich daraus folgern?

☒ Das Dreieck ist spitzwinklig.

☐ Das Dreieck ist rechtwinklig.

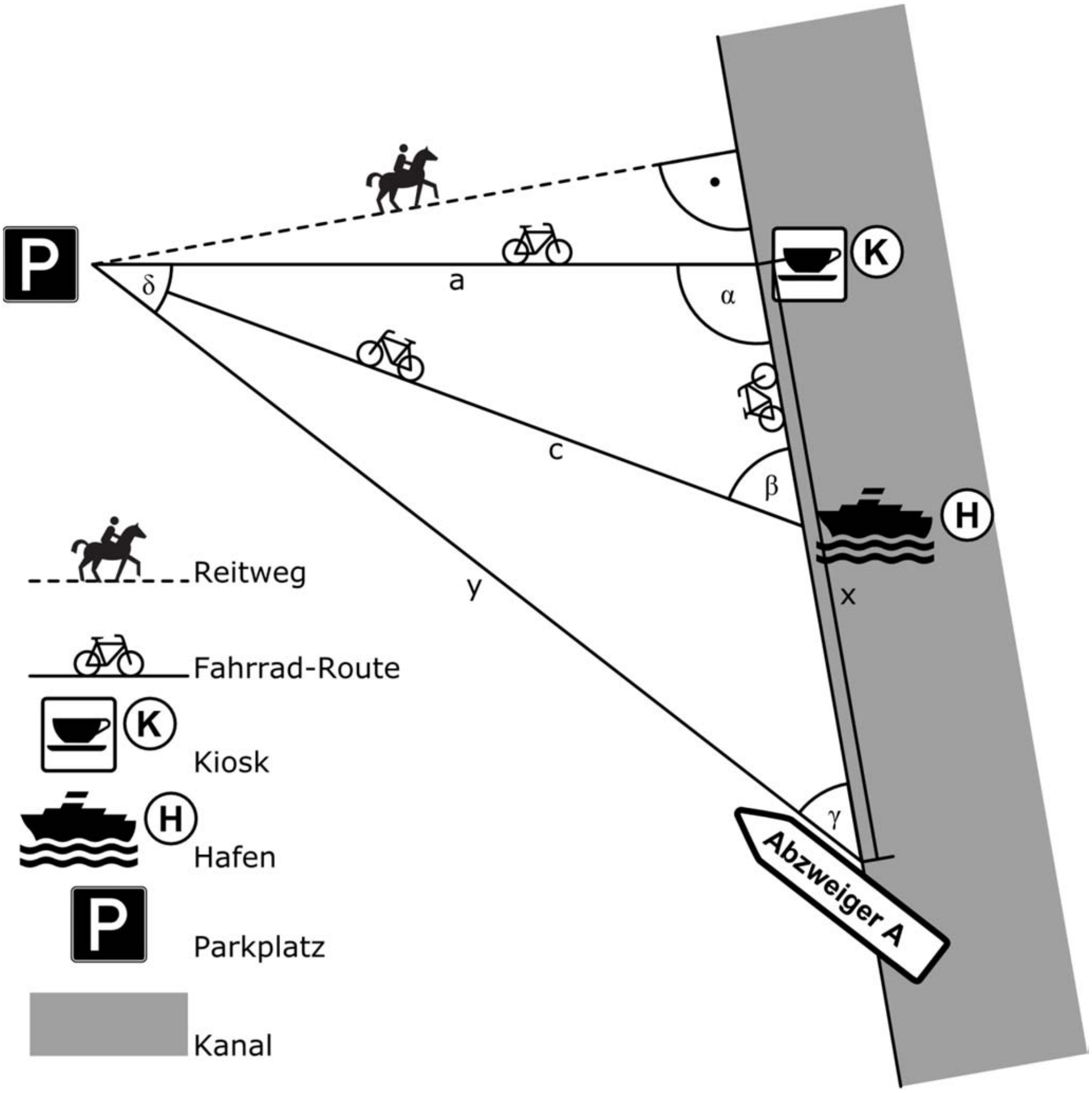
☐ Das Dreieck ist stumpfwinklig.

☐ Es lässt sich keine Aussage über den Typ des Dreiecks ableiten.

/1 P.

B1 Trigonometrie: Radtour - Lösung

Die Klasse 9a unternimmt eine Fahrradtour.
Die Route ist in der Skizze dargestellt.



a) Weise durch eine Rechnung nach, dass die Länge der Tour rund 19 km beträgt.

$\overline{PK} = a = 7{,}5\ \text{km}$; $\overline{KH} = b = 3\ \text{km}$; $\alpha = 100°$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos\alpha$ (1)

$= 7{,}5^2 + 3^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot 3 \cdot \cos 100°$

$c \approx 8{,}5\ \text{km}$ (1)

$l \approx a + b + c$

$= 19\ \text{km}$ (1)

/3 P.

b) ➢ Berechne, in welchem Winkel die Schüler am Hafen H nach rechts abbiegen müssen, um zum Parkplatz P zurückzukommen.

$$\frac{\sin\alpha}{c} = \frac{\sin\beta}{a} \qquad (1)$$

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha \cdot a}{c}$$

$$\sin\beta = \frac{\sin 100° \cdot 7{,}5}{8{,}5}$$

$$\beta \approx 60{,}3° \qquad (1)$$

Sie müssen in einem Winkel von rund 60,3° nach rechts abbiegen.

/3 P.

---

c) ➢ Berechne, wie viele Kilometer die Schüler parallel am Kanal gefahren sind.

$\overline{PK} = a = 7{,}5\text{ km}$; $\overline{AP} = y = 11\text{ km}$; $\overline{KA} = x$

$$\frac{\sin\alpha}{y} = \frac{\sin\gamma}{a} \qquad (1)$$

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha \cdot a}{y}$$

$$\sin\gamma = \frac{\sin 100° \cdot 7{,}5}{11}$$

$$\gamma \approx 42{,}2° \qquad (1)$$

$$\delta \approx 180° - 42{,}2° - 100°$$

$$= 37{,}8° \qquad (1)$$

$$x^2 = a^2 + y^2 - 2 \cdot a \cdot y \cdot \cos\delta \qquad (1)$$

$$\approx 7{,}5^2 + 11^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot 11 \cdot \cos 37{,}8°$$

$$x \approx 6{,}8\text{ km} \qquad (1)$$

Die Schüler sind rund 6,8 km parallel zum Kanal gefahren.

/5 P.

---

d) ➢ Berechne ihre Durchschnittsgeschwindigkeit.

$$7{,}5\text{ km} \triangleq 25\text{ min}$$

$$1{,}5\text{ km} \triangleq 5\text{ min}$$

$$18\text{ km} \triangleq 60\text{ min} \qquad (1)$$

$$v = 18\text{ km/h} \qquad (1)$$

Ihre Durchschnittsgeschwindigkeit vom Parkplatz zum Kiosk betrug 18 km/h.

/2 P.

Charlotta bemerkt: „Schade, dass wir nicht den Reitweg benutzen konnten. Die Strecke vom Parkplatz zum Kanal wäre dann kürzer gewesen.“

- Entscheide, ob Charlotta Recht hat. Begründe!

  Charlotta hat Recht. (1)
  Da der Reitweg im rechten Winkel zum Kanal steht, beschreibt er den kürzesten Abstand zum Kanal und ist demnach kürzer als der Weg von Parkplatz zum Kiosk (1)

/2 P.

B2 Stereometrie: Geschenkkarton - Lösung

Silke möchte eine Dose mit Aquarellstiften für ihre Freundin in einem selbst gebastelten Geschenkkarton verpacken. Dafür kauft sie rechteckiges Tonpapier in der Größe DIN A2 (420 mm x 594 mm).

a) ➢ Berechne den Flächeninhalt eines Tonpapierbogens und gib das Ergebnis in der Einheit cm² an.

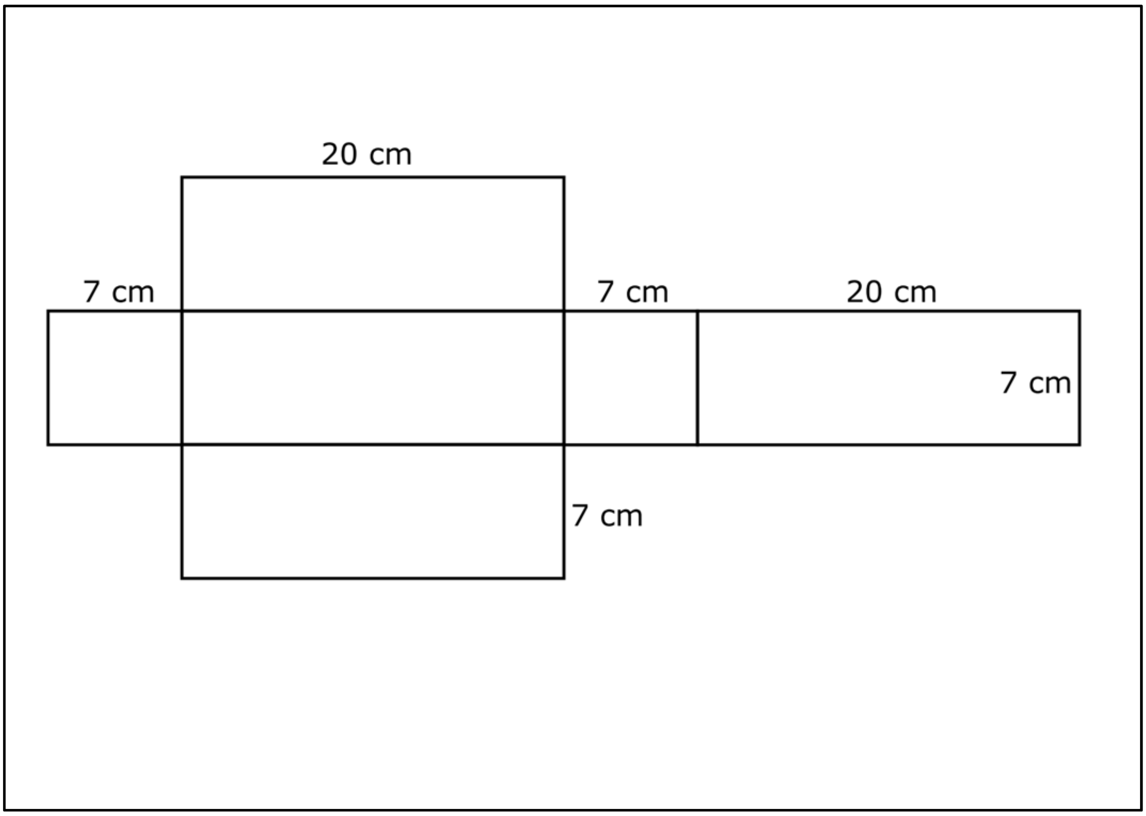
$$a = 42 \text{ cm} \quad , \quad b = 59,4 \text{ cm}$$
$$A = a \cdot b = 42 \cdot 59,4$$
$$= 2494,8 \text{ cm}^2$$

/1 P.

---

b) Silke überlegt, wie die Maße für Länge, Breite und Höhe des Geschenkkartons mindestens sein müssen, damit die zylindrische Dose (Höhe h = 20 cm, Durchmesser d = 7 cm) hineinpasst. Sie skizziert sich ein Netz.

➢ Beschrifte die notwendigen Streckenlängen in der Skizze.

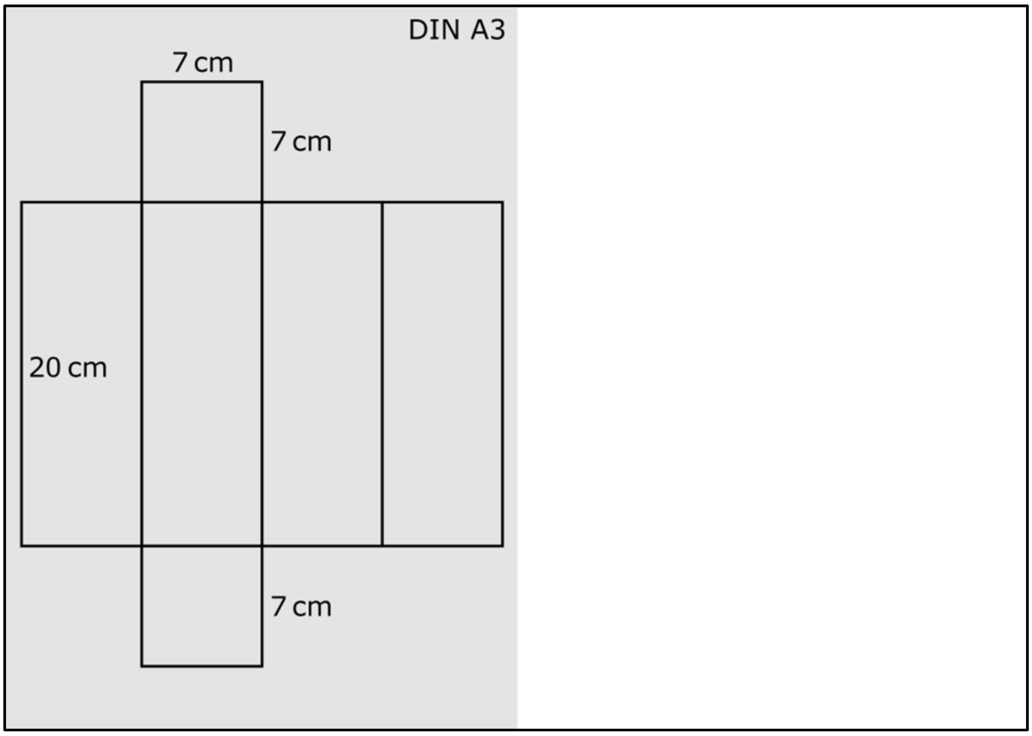


Für die korrekte Beschriftung der Höhe, Tiefe und Breite des Quaders gibt es jeweils 1 Punkt. (3)

➢ Überprüfe, ob mit einem anderen Gitternetz auch ein DIN A3 Blatt Tonpapier gereicht hätte.

Ja, ein DIN A3 Bogen Tonpapier hätte auch gereicht, wenn sie ein Netz wie beispielsweise unten dargestellt gezeichnet hätte. (1)

Das Netz hat eine Höhe von $2 \cdot 7$ cm + 20 cm = 34 cm sowie eine Breite von $4 \cdot 7$ cm = 28 cm und passt somit auf ein DIN A3 (420 mm x 297 mm) Blatt. (1)



/5 P.

c) Silke baut ihren Geschenkkarton etwas größer. Die quaderförmige Verpackung hat die Maße 21 cm x 8 cm x 8 cm. Sie legt die Dose hinein und füllt den Hohlraum mit bunten Streuseln auf.

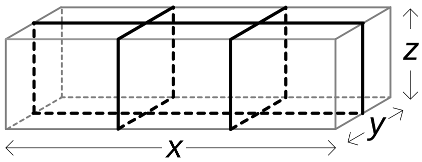
➢ Überprüfe, ob eine Tüte mit 500 ml Streusel für das Ausfüllen des Hohlraumes reicht.

$$\begin{aligned} V_{Quader} &= 21 \cdot 8 \cdot 8 \\ &= 1344 \text{ cm}^3 && (1) \\ V_{Zyinder} &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\ &= \pi \cdot 3{,}5^2 \cdot 20 && (1) \\ &\approx 770 \text{ cm}^3 && (1) \\ V_{gesucht} &= V_{Quader} - V_{Zyinder} \\ &\approx 1344 - 770 \\ &= 574 \text{ cm}^3 && (1) \end{aligned}$$

Nein, eine Tüte mit 500 ml Streusel reicht nicht für das Ausfüllen. (1)

/5 P.

d) Natürlich soll das Geschenk mit einem Band umwickelt werden.



➢ Berechne, ob ein Geschenkband von 1,25 m Länge dafür reicht.

Mindestlänge:

$$\begin{aligned} l &= 2x + 4y + 6z \\ &= 42 + 32 + 48 \\ &= 122 \text{ cm} \end{aligned}$$ (1)

Ein Geschenkband von 1,25 m Länge reicht aus, um den Karton wie abgebildet zu umwickeln. (1)

/2 P.

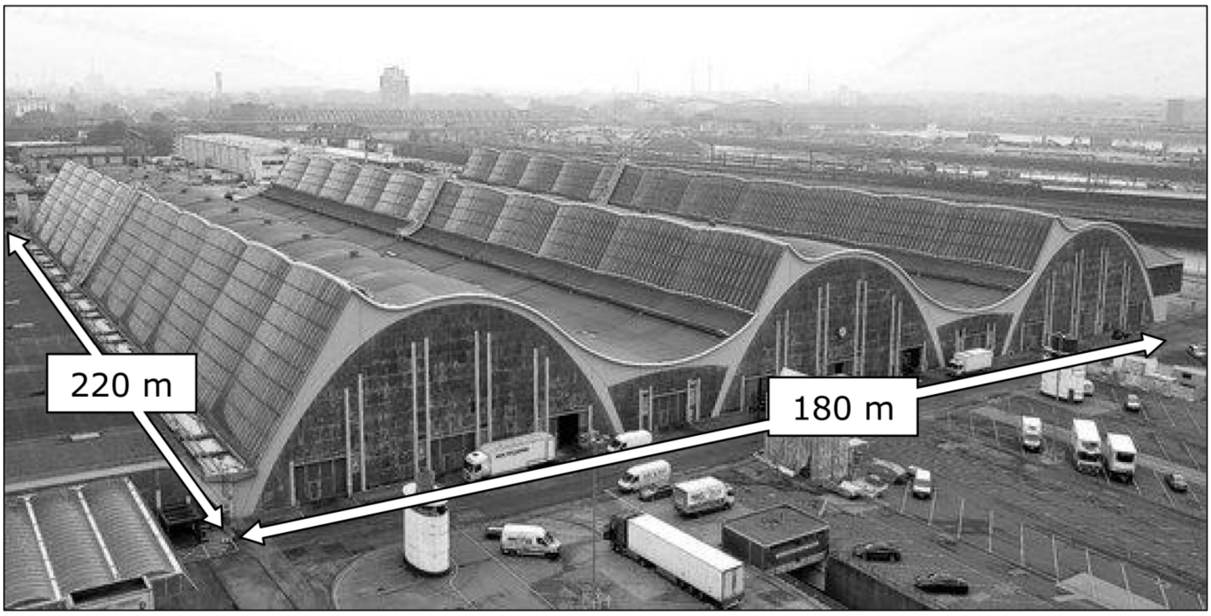
e) Lisas Freundin behauptet:
„Wenn du alle Kantenlängen des Geschenkkartons verdoppelst, brauchst du auch die doppelte Länge des Geschenkbandes.“

➢ Weise nach, dass Lisas Behauptung stimmt.

Lisas Freundin hat recht. (1)
Da das Geschenkband auf jeder Seitenfläche parallel zu den Kanten verläuft, verdoppelt sich die Länge des Schleifenbades bei Verdoppelung der Kantenlängen. (1)

/2 P.

B3 Quadratische Funktionen: Großmarkt - Lösung



(*shz 31.05.13, Foto: dpa*)

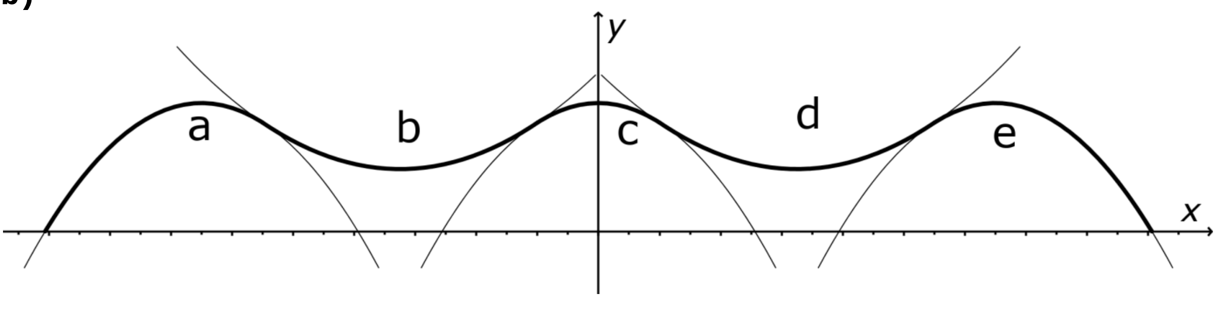
a) Berechne die Grundfläche der Großmarkthalle.

$$\begin{aligned} A &= \mathit{Länge} \cdot \mathit{Breite} \\ &= 220 \cdot 180 \\ &= 39\,600 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

/2 P.

---

b)



- Welche Gleichung gehört zu welcher Parabel? Verbinde.

$y = 0{,}15 \cdot (x + 3{,}25)^2 + 1{,}02$	a	(1)
$y = 0{,}15 \cdot (x - 3{,}25)^2 + 1{,}02$	b	(1)
$y = -0{,}32 \cdot x^2 + 2{,}1$	c	(1)
$y = -0{,}32 \cdot (x - 6{,}5)^2 + 2{,}1$	d	(1)
$y = -0{,}32 \cdot (x + 6{,}5)^2 + 2{,}1$	e	

/4 P.

Die Parabel **e** wird durch die Gleichung $y = -0,32 \cdot (x - 6,5)^2 + 2,1$ beschrieben.

➢ Begründe diese Zuordnung.

Die Parabel e ist nach unten und genauso weit geöffnet wie die Parabeln a und c. Deshalb muss der Streckfaktor -0,32 betragen.

/2 P.

---

c) Eine der drei Angaben beschreibt den Abstand zweier benachbarter parabelförmiger Bögen der Haupthallen auf Bodenhöhe.

➢ Gib den Buchstaben der richtigen Lösung an und begründe:

60,5 m	**45 m**	**16,5 m**
A	**B**	**C**

Lösung **A** und **B** kommen nicht in Betracht, weil die gesamte Breite nur 180 m beträgt. Hätten Haupt- und Seitenhallen die gleiche Breite, müsste jedes 36 m breit sein. Da aber die Hauptschiffe breiter als die Seitenschiffe sind, muss die Breite der Seitenschiffe kleiner als 36 m sein. (1)

Also ist die Lösung **C** richtig. (1)

/2 P.

---

d) Berechne die Breite des Theaters auf Bodenhöhe und gib seine größte Höhe an.

Die Höhe des Theaters beträgt *h* = 21 m (1)

$y = -0,035 \cdot x^2 + 21$

$y = 0$ (1)

$0 = -0,035x^2 + 21$

$x_{1,2} = \sqrt{\frac{-21}{-0,035}}$ (1)

$x_{1,2} \approx 24,5$ (1)

$b = 2 \cdot 24,5 = 49$ m (1)

Die Breite des Theaters auf Bodenhöhe beträgt 49 m.

/5 P.

B4 Exponentialfunktion: Fukushima - Lösung

a) Nimm Stellung zur Richtigkeit der Aussagen im rechten Bild.

Es ist richtig, dass bei einer Halbwertszeit von 8 Tagen der Stoff nach 8 Tagen auf die Hälfte der Anfangsmenge zerfallen ist. (1)

Die Halbwertszeit heißt aber, dass nach jeweils 8 weiteren Tagen sich die dann noch vorhandene Menge halbiert. Also ist nach 16 Tagen nicht alles weg, sondern die dann noch vorhandene Menge hat sich wieder halbiert. (1)

/2 P.

---

b) ➢ Berechne, wie viel Prozent in einem Jahr zerfallen.

$n = 30\ ;\ g_0 = 2\ ;\ g_n = 1$ (1)

$$g_n = g_0 \cdot q^n$$

$$\frac{g_n}{g_0} = q^n$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{g_n}{g_0}}$$ (1)

$$q = \sqrt[30]{\frac{1}{2}}$$

$$q \approx 0{,}977$$ (1)

$$p \approx 1 - q$$

$$= 0{,}023$$

$$= 2{,}3\ \%$$ (1)

Der durchschnittliche jährliche prozentuale Zerfall beträgt 2,3%.

/4 P.

---

c) ➢ Berechne, nach wie viel Jahren die Böden wieder landwirtschaftlich genutzt werden können. Verwende einen jährlichen Zerfallsfaktor von q = 0,98.

$g_n = 350\,000$; $g_0 = 3\,000\,000$; $q = 0,98$ (1)

$$g_n = g_o \cdot q^n$$
$$\lg g_n = \lg g_0 + n \cdot \lg q$$
$$\lg g_n - \lg g_0 = n \cdot \lg q$$
$$n = \frac{\lg g_n - \lg g_0}{\lg q} \qquad (2)$$
$$n = \frac{\lg 350000 - \lg 3000000}{\lg 0,98}$$
$$n \approx 106,34 \qquad (1)$$

Die Böden können erst nach etwa 107 Jahren wieder landwirtschaftlich genutzt werden. (1)

/5 P.

---

d) ➢ Berechne, wie hoch die Strahlenbelastung 1986 nach der Katstrophe in Südbayern war. Verwende den Zerfallsfaktor q =0,98.

$n = 25$ (1)

$q = 0,98$

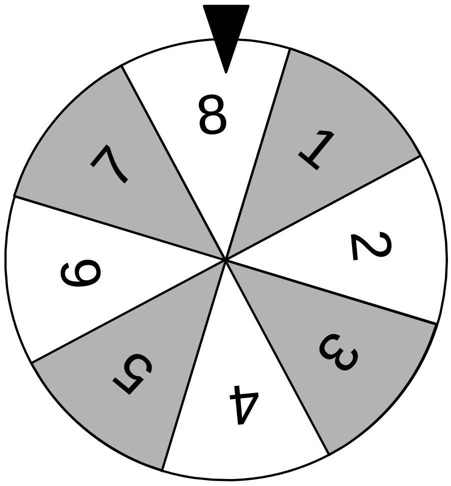
$g_n = 500 \cdot 1,05$

$= 525\ Bq / kg$ (1)

$$g_n = g_0 \cdot q^n$$
$$g_0 = \frac{g_n}{q^n} \qquad (1)$$
$$g_0 = \frac{525}{0,98^{25}}$$
$$g_0 \approx 870 \qquad (1)$$

Vor 25 Jahren betrug die Belastung rund 870 Becquerel pro Kilogramm.

/4 P.



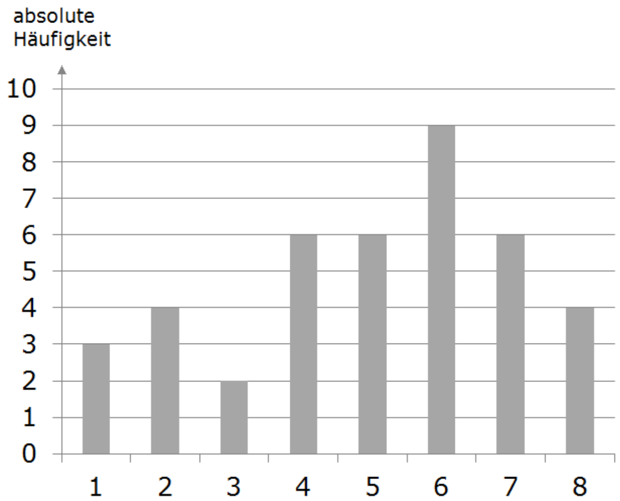
1	2	3	4	5	6	7	8
III	IIII	II	~~IIII~~ I	~~IIII~~ I	~~IIII~~ IIII	~~IIII~~ I	IIII

a) ➢ Ergänze die Tabelle mit Hilfe der Angaben aus Andreas Strichliste.

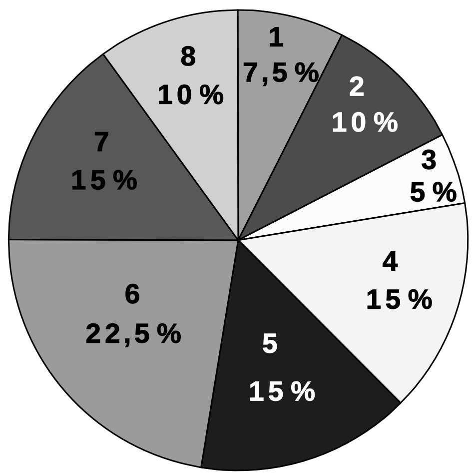
Ergebnis	1	2	3	4	5	6	7	8	
absolute Häufigkeit	3	4	2	6	6	9	6	4	(1)
relative Häufigkeit	$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	(2)

/3 P.

➢ Erstelle für die absolute Häufigkeit ein passendes Säulendiagramm und für die relative Häufigkeit ein Kreisdiagramm.



(2)



(2)

/4 P.

b) Merle dreht das Glücksrad zweimal hintereinander.

➢ Bestimme die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:

Ereignis A: „Es wird zweimal nacheinander die 8 angezeigt."

$p_A = p \cdot p$ (1)

$p_A = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$ (1)

Ereignis B: „Es wird zweimal nacheinander die gleiche Zahl angezeigt."

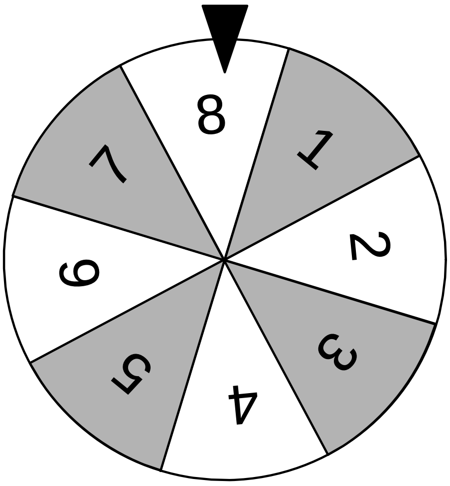
$n = 8$ (1)

$p_B = n \cdot p \cdot p$ (1)

$p_B = 8 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (1)

/5 P.

c)



➢ Entscheide, ob das Gegenereignis richtig angegeben wurde. Begründe deine Entscheidung.

Das Ereignis	hat als Gegenereignis
„Die Zahl liegt in einem dunklen Sektor" A = { 1, 3, 5, 7 }	„Die Zahl liegt in einem weißen Sektor" $\overline{A}$ = { 2, 4, 6, 8 }

Das Gegenereignis ist richtig, da alle Zahlen genannt werden und die Zahlen aus A nicht in $\overline{A}$ vorkommen. (1)

„Die Zahl ist kleiner als 5" B = { 1, 2, 3, 4 }	„Die Zahl ist größer als 5" $\overline{B}$ = { 6, 7, 8 }

Das Gegenereignis ist nicht richtig, da die 5 vergessen wurde. (1)

„Die Zahl ist eine Primzahl" C = { 2, 3, 5, 7 }	„Die Zahl keine Primzahl" $\overline{C}$ = { 4, 6, 8 }

Das Gegenereignis ist nicht richtig, da die 1 vergessen wurde. (1)

/3 P.

RSA - Übungsheft - Bewertung

Punkte	Prozente	Note
90 - 100	≥90	1
75 - 89	≥75	2
60 - 74	≥60	3
45 - 59	≥45	4
22 - 44	≥22	5
21 - 0	<22	6