

Zentrale Abschlussarbeit 2016

# Mathematik

HEFT 2

Mittlerer Schulabschluss

**Herausgeber**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
Jensendam 5, 24103 Kiel

**Aufgabenentwicklung**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein  
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

**Umsetzung und Begleitung**

Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein  
zab1@bildungsdienste.landsh.de

## Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 5 Komplexaufgaben, von denen du 4 Aufgaben bearbeiten musst.

**Bevor du mit der Bearbeitung der Aufgaben beginnst, wählst du die 4 Aufgaben aus, die du bearbeiten möchtest.**

Bitte **kreuze an**, welche **4 Aufgaben** du zur Bearbeitung ausgewählt hast.

Nur diese **4 Aufgaben** werden bewertet.

Setze hier **4** Kreuze:

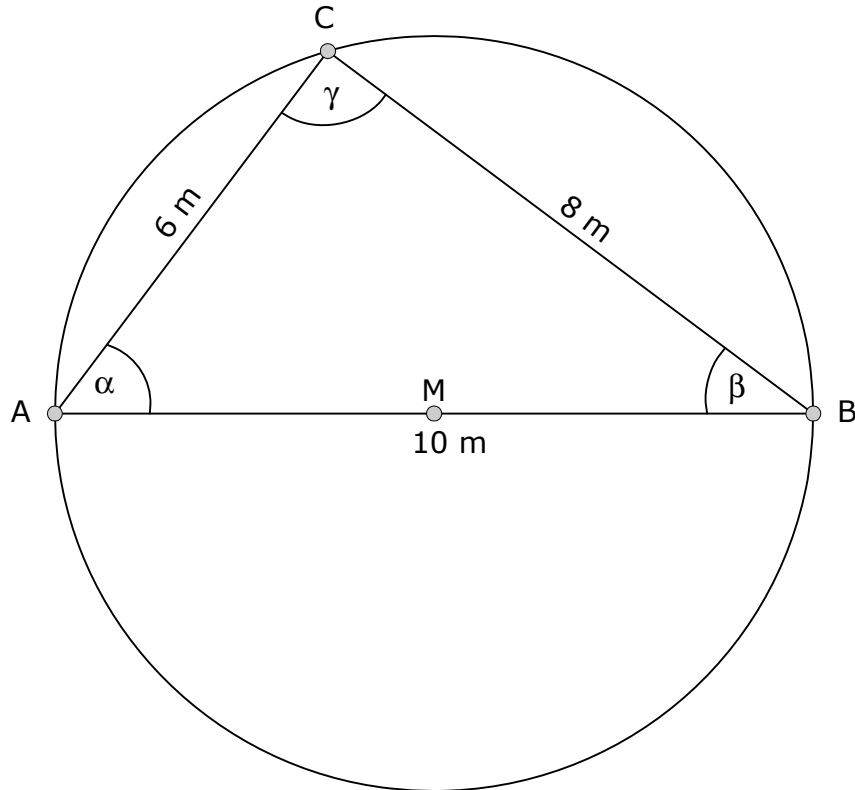
- |                          |                            |                     |
|--------------------------|----------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> | B1 Trigonometrie           | - „Straßenkreide“   |
| <input type="checkbox"/> | B2 Stereometrie            | - „Briefbeschwerer“ |
| <input type="checkbox"/> | B3 Quadratische Funktionen | - „Rechteckplatte“  |
| <input type="checkbox"/> | B4 Exponentialfunktion     | - „Koffein“         |
| <input type="checkbox"/> | B5 Daten und Zufall        | - „Lotterie“        |

Die Aufgabe, die du **nicht** bearbeiten möchtest, streichst du zusätzlich im Prüfungsheft durch.

- Die Bearbeitung der von dir ausgewählten Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Bei einigen Aufgaben wirst du aufgefordert, die Antwort direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.
- Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

**B1 Trigonometrie:****Straßenkreide**

Die Klasse 10d hat auf dem Schulhof einen Kreis mit 10 m Durchmesser gezeichnet und führt verschiedene Messungen und Berechnungen durch.



- a) ➤ Berechne den Umfang des Kreises.

..... /1 P.

- Entscheide, ob der Kreis groß genug ist, damit die Klasse (25 Schülerinnen und Schüler) sich entlang der Kreislinie aufstellen kann.

Erkläre, wie du zu deiner Entscheidung gekommen bist.

..... /2 P.

**b)** Mit Maurerschnur wird das Dreieck ABC gespannt.

- Begründe, dass der Winkel  $\gamma$  exakt  $90^\circ$  misst.

..... /1 P.

- Berechne die Winkelmaße  $\alpha$  und  $\beta$ .

..... /2 P.

- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

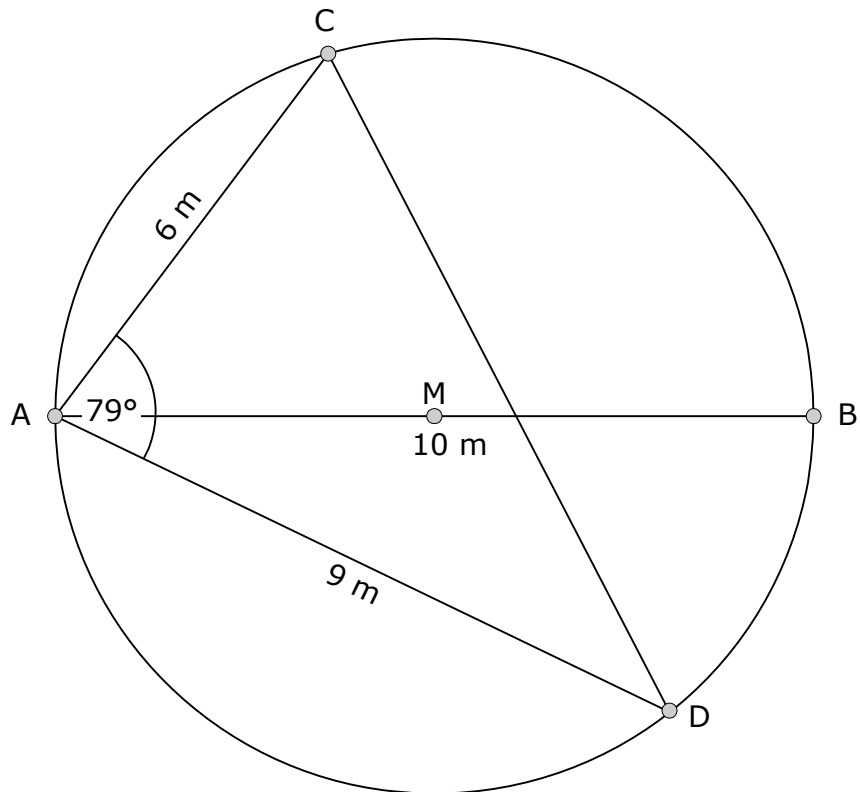
..... /2 P.

Niklas stellt fest, dass der Flächeninhalt ein ganzzahliger Wert ist.

- Erkläre, warum das bei diesem Dreieck so ist.

..... /1 P.

**c)** Mit einer Maurerschnur wird das Dreieck ADC gespannt.



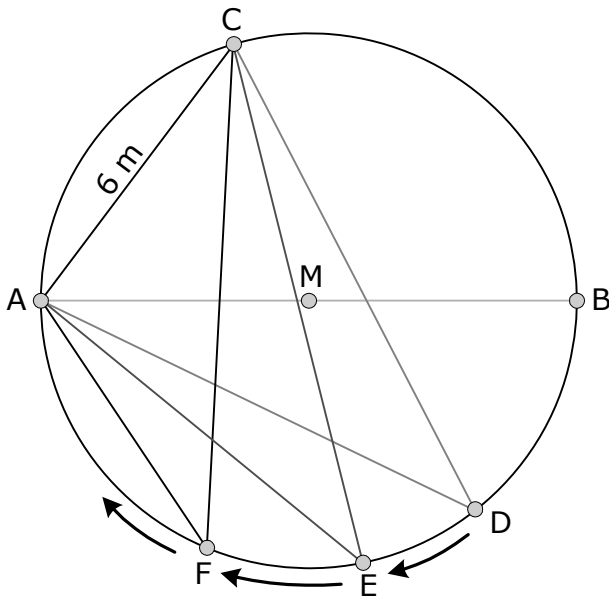
- Begründe ohne Rechnung oder Messung, dass die Strecke  $\overline{DC}$  kürzer als 10 m sein muss.

..... /1 P.

- Berechne die Länge der Strecke  $\overline{DC}$ .

..... /3 P.

- d)** Ahmad steht im Punkt A, Celina steht im Punkt C, beide bleiben dort stehen.  
 Jana steht zunächst im Punkt D und hält zwei Maurerschnüre in der Hand, eine zum Punkt A und eine zum Punkt C.  
 Nun geht Jana auf der Kreislinie entlang vom Punkt D zum Punkt E und weiter in dieser Richtung auf den Punkt A zu.



- Entscheide ohne Rechnung, ob der Flächeninhalt der Dreiecke AEC und AFC sich dabei gegenüber dem Flächeninhalt des Dreiecks ADC verändert.

..... /1 P.

- Begründe deine Entscheidung.

..... /1 P.

**B2 Stereometrie:****Briefbeschwerer**

Ein Briefbeschwerer aus Messing hat die Form eines Zylinders mit aufgesetztem Kegel. Dabei haben beide Körper den gleichen Durchmesser.

Der Kegel ist halb so hoch wie der Zylinder.



- a) ➤ Entscheide, welchen Teil des Zylindervolumens das Kegelvolumen ausmacht.

Kreuze entsprechend an.

ein Drittel

ein Viertel

ein Fünftel

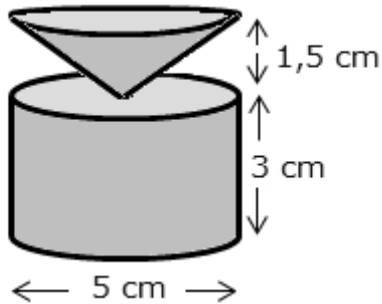
ein Sechstel

..... /1 P.

- Begründe deine Entscheidung.

..... /2 P.

- b)** Der Briefbeschwerer hat die nachfolgend dargestellten Abmessungen:



Damit der Briefbeschwerer nicht die Holzoberfläche des Schreibtisches beschädigt, will Petra Filz unter den Briefbeschwerer kleben.

Filzstücke werden in den Größen 3 cm x 4 cm, 6 cm x 6 cm und 5 cm x 6 cm angeboten. Petra möchte ein Filzstück in der Größe kaufen, bei der der Abfall am kleinsten ist.

- Entscheide, welches Filzstück Petra kaufen sollte.  
Begründe deine Entscheidung.

..... /1 P.

- Berechne den Verschnitt in Prozent.

..... /3 P.

- c)** Petra berechnet das Volumen des Briefbeschwerers mit folgender Formel:

$$V = \frac{7}{6} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot k_{\text{Zylinder}}$$

- Zeige, dass die Formel das Volumen des Briefbeschwerers richtig beschreibt.

..... /4 P.

- d)** Der Briefbeschwerer besteht aus Messing.  
Messing hat eine Dichte von 8,1 g pro cm<sup>3</sup>.

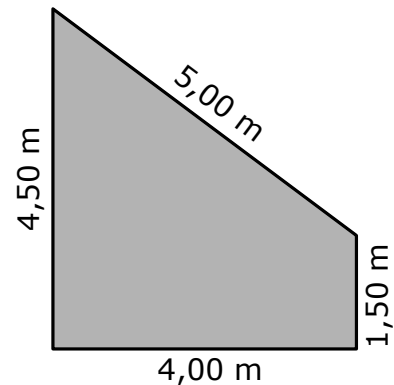
- Berechne die Masse des Briefbeschwerers.

..... /4 P.



**B3 Quadratische Funktionen:****Rechteckplatte**

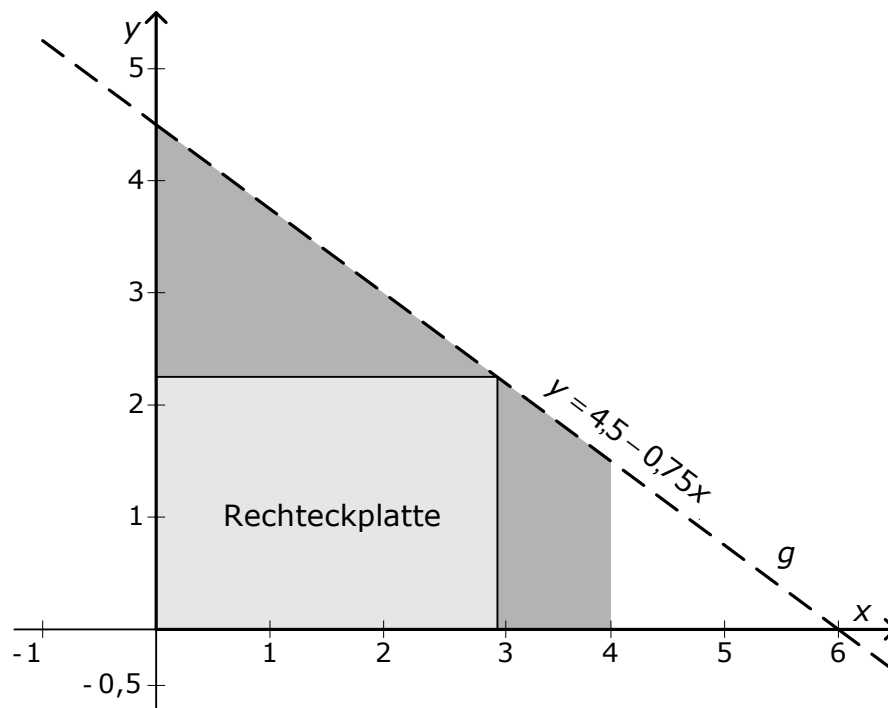
Die Metallbaufirma Ferrato bewahrt Materialreste im Lager auf. Eine große Metallplatte hat die Form eines Trapezes.



- a) Berechne den Flächeninhalt dieser trapezförmigen Metallplatte.

/2 P.

- b) Aus der trapezförmigen Metallplatte soll ein Rechteck herausgeschnitten werden. Um die Maße des Rechtecks einfacher bestimmen zu können, zeichnet ein Mitarbeiter das Trapez in ein Koordinatensystem ein.



Der obere Rand der Metallplatte ist ein Teil der Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = 4,5 - 0,75x$ .

- Bestimme die  $y$ -Werte für  $x = 0$  und  $x = 4$ .

/2 P.

- Gib an, welche Bedeutung die berechneten  $y$ -Werte für das Trapez haben.

/2 P.

- c) Um eine Rechteckplatte mit möglichst großem Flächeninhalt herauszuschneiden, probiert der Mitarbeiter zunächst verschiedene Werte für die Breite  $x$  bzw. für die Höhe  $y$  des Rechtecks aus:

| Breite $x$ | Höhe $y = 4,5 - 0,75x$ | Flächeninhalt $A = x \cdot y$ |
|------------|------------------------|-------------------------------|
| 1,00 m     | 3,75 m                 | 3,75 m <sup>2</sup>           |
| 1,60 m     |                        | 5,28 m <sup>2</sup>           |
| 2,00 m     |                        |                               |
| 2,40 m     | 2,70 m                 |                               |
|            | 2,10 m                 |                               |

- Berechne die fehlenden Werte.

/3 P.

Zu einer systematischen Bestimmung des Flächeninhaltes werden folgende Umformungsschritte ausgeführt:

|                             |          |
|-----------------------------|----------|
| $A = x \cdot y$             | 1. Zeile |
| $A = x \cdot (4,5 - 0,75x)$ | 2. Zeile |
| $A = 4,5x - 0,75x^2$        | 3. Zeile |

- Entscheide, welcher Umformungsschritt jeweils ausgeführt wurde. Verbinde dazu die Angabe der Zeile (links) mit der richtigen Antwort (rechts).

Insgesamt sind drei Verbindungslinien zu zeichnen.

in der 1. Zeile

von der 1. Zeile  
zur 2. Zeile

von der 2. Zeile  
zur 3. Zeile

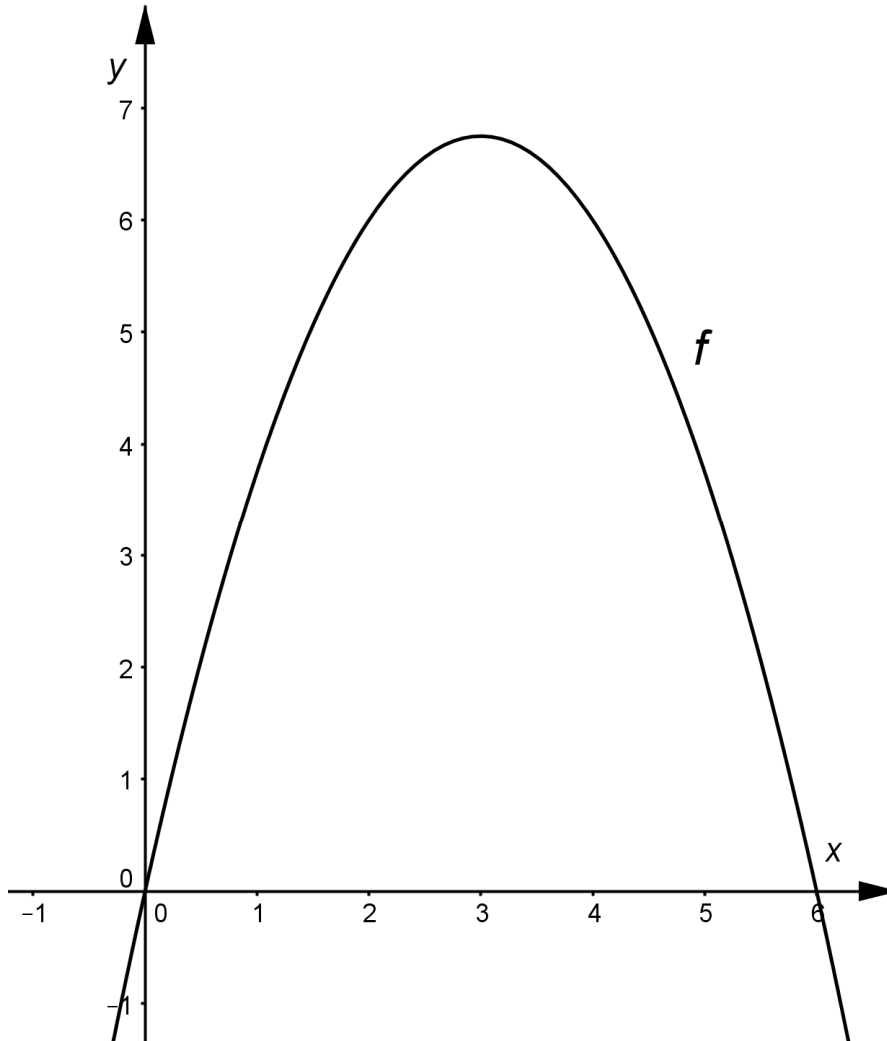
|  |
|--|
| die 2. binomische Formel anwenden  |
| den Term " <i>Länge mal Breite</i> " für den Flächeninhalt des Rechtecks verwenden |
| die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes verwenden                            |
| das Distributivgesetz anwenden; ausmultiplizieren                                  |
| den Satz des Pythagoras anwenden   |
| für $y$ den Funktionsterm der Gerade $g$ einsetzen                                 |

/3 P.

- d)** Durch die Umformungsschritte aus **c)** hat man für den Flächeninhalt des Rechteckes die Gleichung einer zugehörigen quadratischen Funktion  $f$  erhalten:

$$f(x) = -0,75x^2 + 4,5x \quad \text{bzw.} \quad f(x) = x \cdot (4,5 - 0,75x).$$

Der Graph dieser Funktion  $f$  sieht folgendermaßen aus:



Der Mitarbeiter vermutet: „Da der Scheitelpunkt der höchste Punkt der Parabel ist, kann man mit diesem die optimalen Maße für die Platte bestimmen.“

- Ermittle den x-Wert des Scheitelpunktes.

..... /1 P.

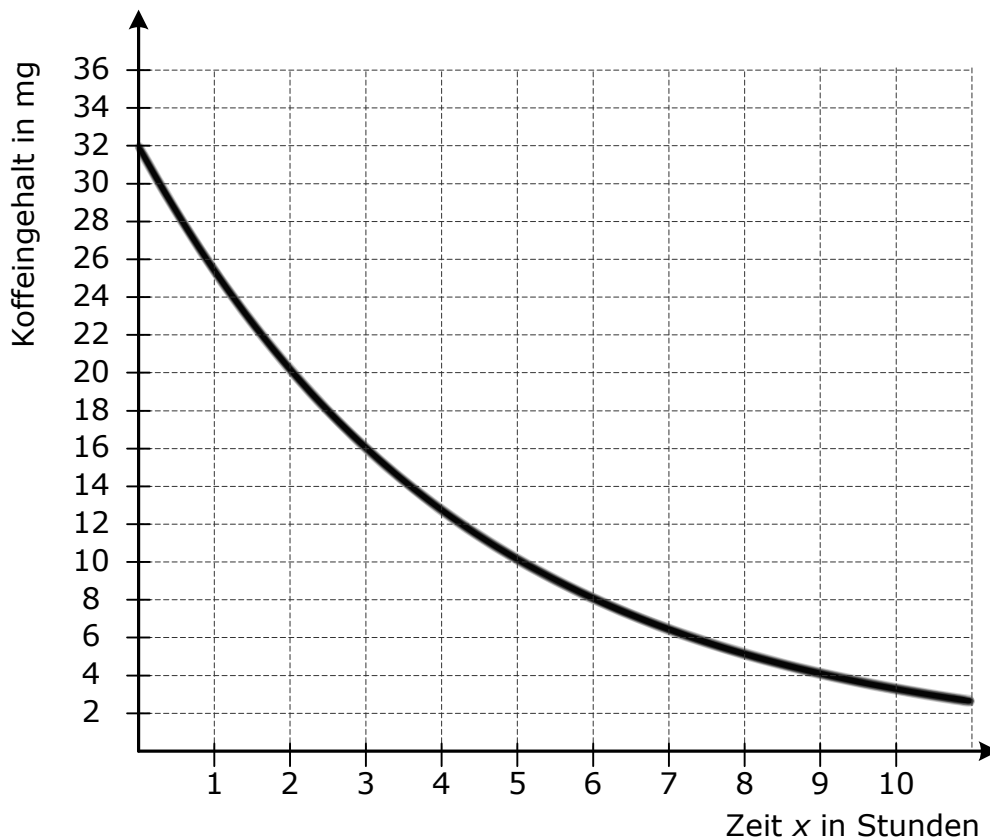
- Berechne den Funktionswert für diesen x-Wert und erkläre seine Bedeutung für die Rechteckplatte.

..... /2 P.

**B4 Exponentialfunktion:****Koffein**

Koffein ist der anregend wirkende Bestandteil in Kaffee, Tee, Cola und Energy-Drinks. Kurze Zeit nach dem Genuss koffeinhaltiger Getränke steigt der Koffeinspiegel des Blutes an und erreicht einige Zeit später den Höchstwert. Wird ab diesem Zeitpunkt kein weiteres koffeinhaltiges Getränk getrunken, so beginnt der Abbauprozess. Der Koffeingehalt im Blut baut sich exponentiell ab.

Das nachfolgende Diagramm stellt diesen Zusammenhang dar.



- a) ➤ Gib an, wie hoch der Koffeingehalt des Blutes zu Beginn des Abbauprozesses war.

..... /1 P.

- Lies am Diagramm ab und gib an, wie viele Stunden nach Beginn des Abbauprozesses sich der Koffeingehalt im Blut halbiert hat.

..... /1 P.

- Gib an, wie hoch der Koffeingehalt im Blut nach 12 Stunden ungefähr ist.

..... /1 P.

- b)** ➤ Entscheide, welche der nachfolgenden Gleichungen den Koffeinabbau im Blut in Aufgabe **a)** beschreibt.  
Begründe deine Entscheidung.

**A**  $y = 32 \cdot 0,79^x$

**B**  $y = 32 \cdot (-0,79)^x$

**C**  $y = 0,79 \cdot 32^x$

-----  
/3 P.

- c)** Peter hat 33 mg Koffein im Blut.

Da bei Peter die Halbwertszeit 4 Stunden beträgt, sinkt die Koffeinkonzentration in seinem Blut innerhalb von 4 Stunden auf die Hälfte ab.

- Berechne, um wie viel Prozent der Koffeingehalt im Blut stündlich sinkt.

-----  
/4 P.

- d)** Energy-Drinks sind bei jungen Menschen sehr beliebt. Diese Getränke enthalten dreimal so viel Koffein wie Cola.  
Ein Jugendlicher trinkt eine 330-ml-Dose Energy-Drink.  
Nach kurzer Zeit steigt der Koffeingehalt im Blut auf 99 mg an.  
Dieser nimmt dann exponentiell mit einer Halbwertszeit von 4 Stunden ab.

- Gib in der nachfolgenden Tabelle an, wie viel Milligramm Koffein jeweils noch vorhanden ist.

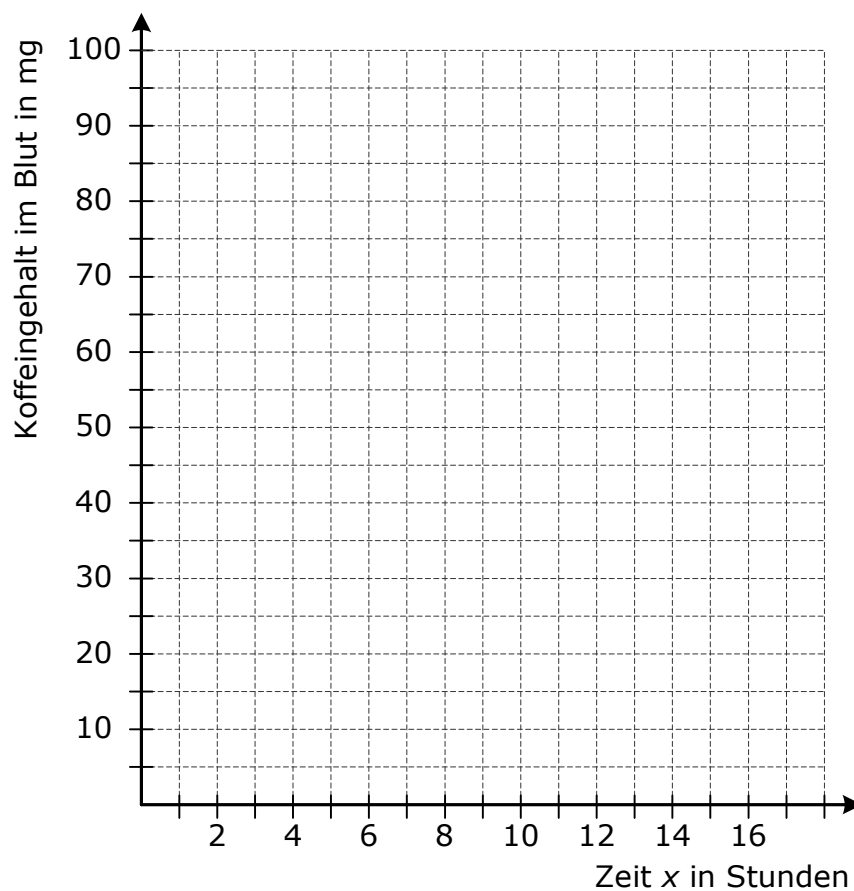
|  |    |   |   |    |    |
|--|----|---|---|----|----|
| Stunden nach Beginn des Abbauprozesses | 0  | 4 | 8 | 12 | 16 |
| Koffeingehalt im Blut in mg            | 99 |   |   |    |    |

-----  
/1 P.

*Fortsetzung von Teilaufgabe d) auf der nächsten Seite!*

Fortsetzung von Teilaufgabe d):

- Skizziere den Graphen im nachfolgenden Koordinatensystem.



..... /1 P.

- Gib eine Gleichung an, mit der der Abbauprozess beschrieben werden kann.

..... /1 P.

- Lies am Graphen ab und gib an, wie viel Milligramm Koffein nach 6 Stunden noch vorhanden ist, und überprüfe den Wert durch eine Rechnung.

..... /2 P.

**B5 Daten und Zufall:****Lotterie**

Die Klasse 10a möchte auf dem Schulfest eine Lotterie durchführen. Dafür verwendet sie drei Plättchen, auf denen je eine der Ziffern 2, 4 oder 5 steht.



- a) Diese Plättchen sollen aus einem Säckchen nacheinander ohne Zurücklegen gezogen werden und in der gezogenen Reihenfolge hintereinandergelegt werden. Sie bilden dann eine dreistellige Zahl.

- Gib alle möglichen Zahlen an, die auf diese Weise gebildet werden können.

..... /1 P.

- Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die größtmögliche Gewinnzahl auftritt.

..... /1 P.

- Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Gewinnzahl durch 5 teilbar ist.

..... /1 P.

- Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Gewinnzahl kleiner als 500 ist.

..... /1 P.

**b)** Sybille hat notiert, wie häufig die einzelnen Gewinnzahlen aufgetreten sind.

- 1. Gewinnzahl: 55-mal
- 2. Gewinnzahl: 30-mal
- 3. Gewinnzahl: 10-mal
- 4. Gewinnzahl:
- 5. Gewinnzahl: 50-mal
- 6. Gewinnzahl: 56-mal

Summe aller Versuche: 250

➤ Gib an, wie oft die 4. Gewinnzahl aufgetreten ist.

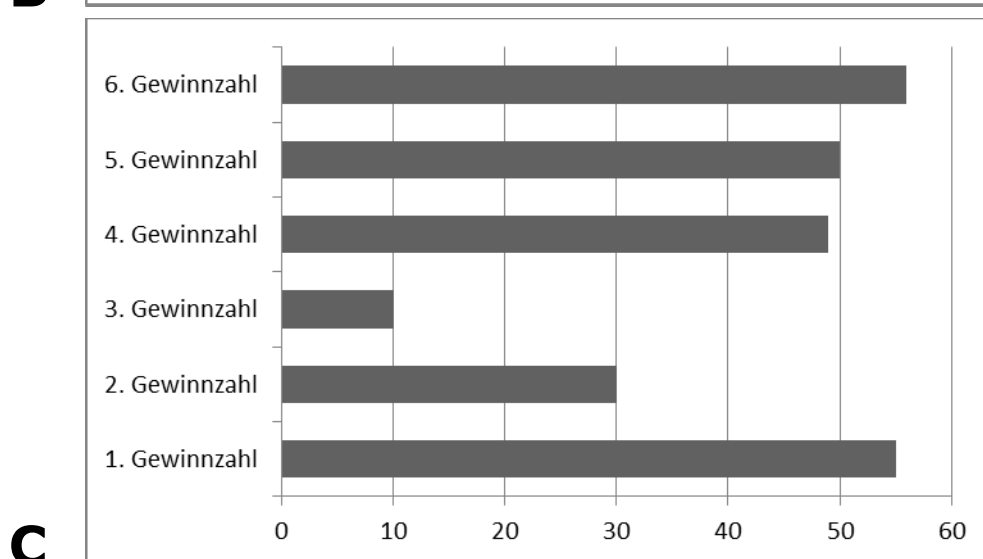
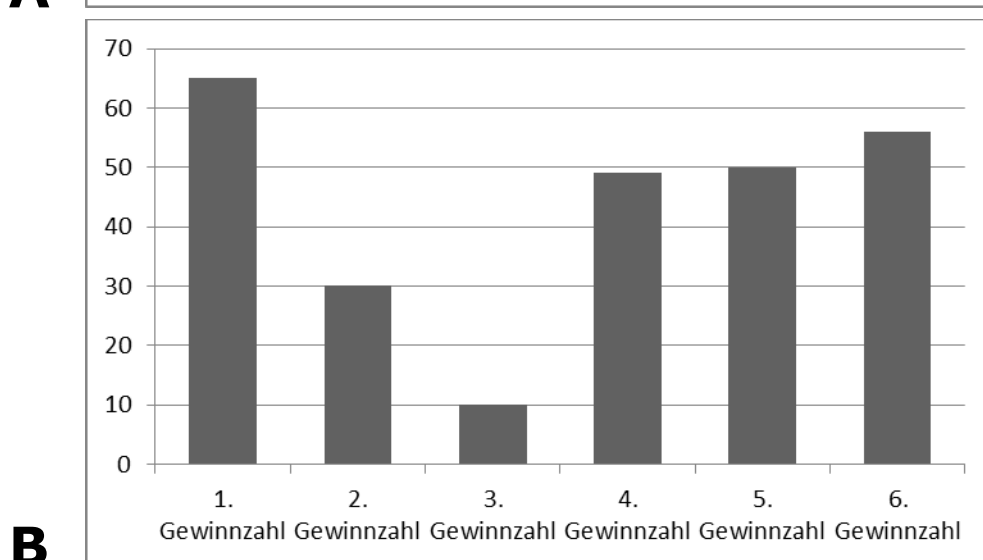
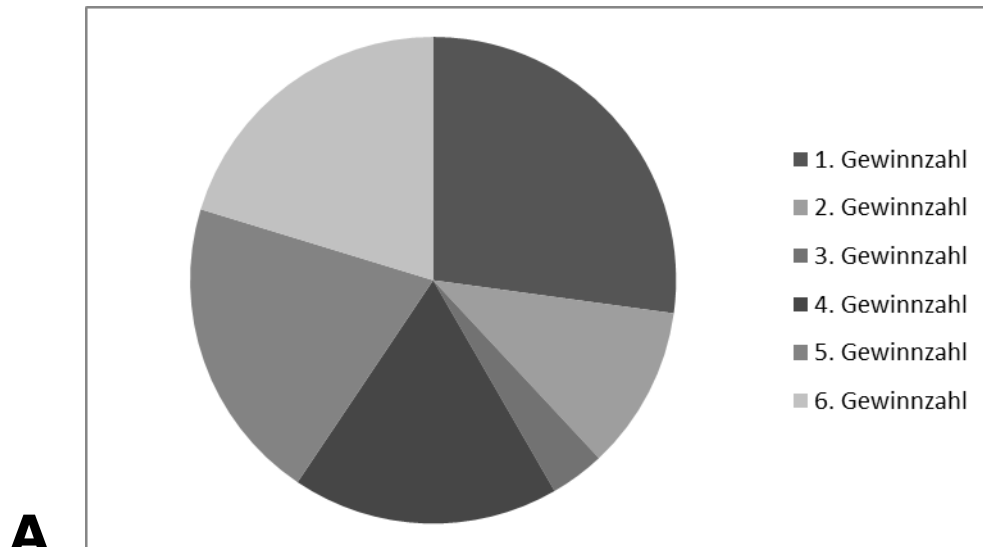
-----  
/1 P.

➤ Gib die relative Häufigkeit an, mit der die fünfte Gewinnzahl aufgetreten ist.

-----  
/1 P.



- c) Die Daten aus Aufgabe b) wurden grafisch dargestellt.
- Entscheide, welche Diagramme den Sachverhalt **nicht** richtig darstellen und begründe deine Entscheidung.



/4 P.

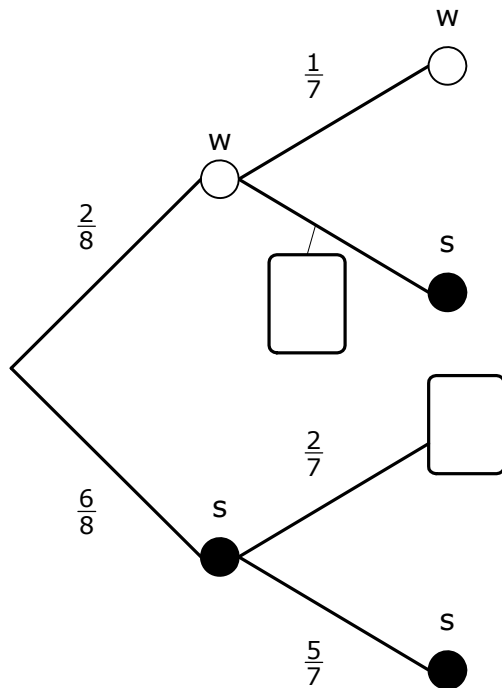
- d)** Eine andere Klasse entscheidet sich, aus einer Urne Kugeln ziehen zu lassen.

In der Urne befinden sich 2 weiße und 6 schwarze Kugeln.

Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Gewonnen hat, wer zwei gleichfarbige Kugeln zieht.

- Ergänze das Baumdiagramm.



..... /2 P.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, zwei weiße Kugeln zu ziehen.

..... /1 P.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, zwei schwarze Kugeln zu ziehen.

..... /1 P.

- Bestimme die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

..... /1 P.