Schleswig-Holstein
Der echte Norden

SH

Schleswig-Holstein
Ministerium für Schule
und Berufsbildung

Zentrale Abschlussarbeit 2017

Mathematik
Heft 2

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber
Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein
Jensendamm 5, 24103 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Schule und Berufsbildung des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist Heft 2.

Heft 1 Kurzformaufgaben

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 45 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Neu Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Von 2 Komplexaufgaben musst du den Wahlteil bearbeiten; die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten. Entscheide dich, welche beiden Wahlteile du bearbeiten möchtest. Die beiden Wahlteile, die du nicht bearbeiten möchtest, streichst du im Prüfungsheft durch.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

ACHTUNG !

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!
Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

Lesezeit:	30 Minuten
Bearbeitungszeit:	insgesamt 135 Minuten, davon höchstens 45 Minuten für die Kurzformaufgaben

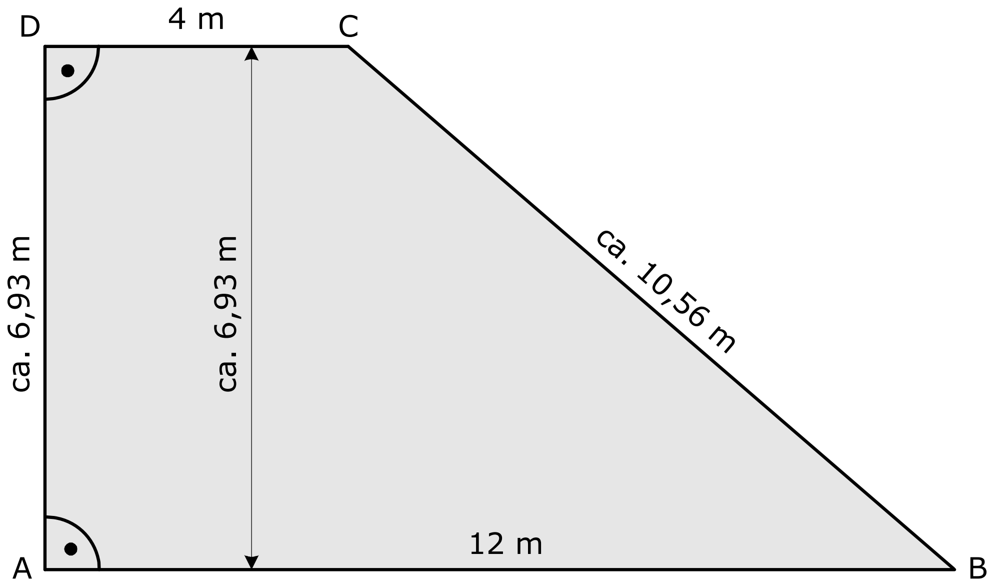
Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!

Viel Erfolg!

B1 Trigonometrie: Sonnensegel

Sonnensegel

Das Restaurant Seeblick möchte sich als Sonnenschutz für die Terrasse vom Segelmacher eine besonders stabile Markise anfertigen lassen. Die Abbildung zeigt die Form und die Größe der trapezförmigen Markise.



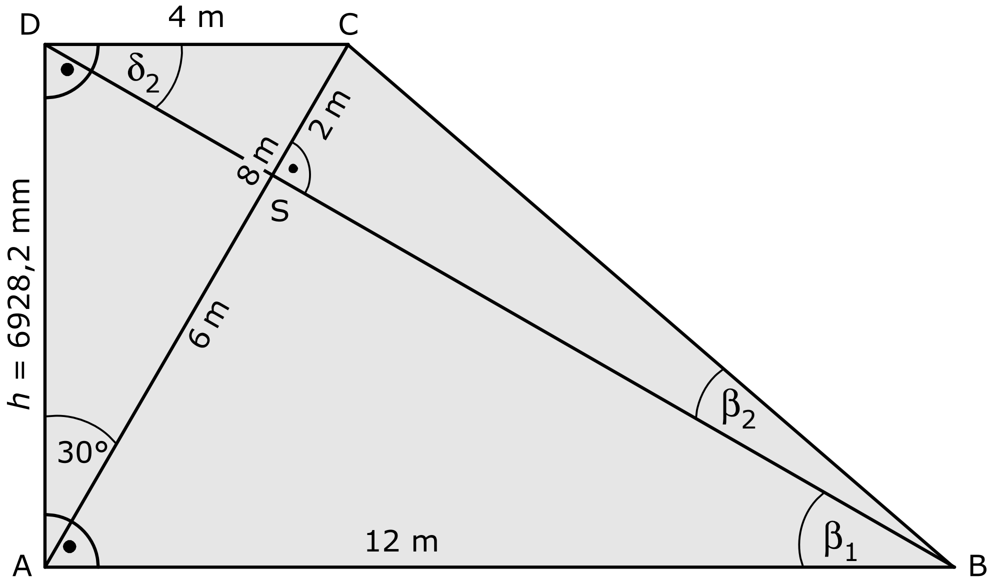
a) Für die Kalkulation der Kosten ist der Bedarf an Segeltuch wichtig.

➢ Berechne den Flächeninhalt der Markise.

/2 P.

Hinweis: Wenn dir für eine Berechnung in **b)**, **c)** oder **d)** exakte Zwischenergebnisse fehlen, kannst du mit den Längenangaben aus den beiden Zeichnungen arbeiten.

b) Die Markise wird mit Stahlseilen am Rand des Trapezes und entlang der Diagonalen aufgespannt. Die Segelmacherin hat sich für den Entwurf etwas Besonderes einfallen lassen:
Die Diagonale $\overline{AC}$ soll genau 8 m lang werden und in einem Winkel von 30° zum linken Rand verlaufen (siehe Zeichnung). Die Diagonalen sollen sich im Punkt S genau im rechten Winkel schneiden. Um diese Bedingung zu erfüllen, muss die Länge *h* ganz genau ausgerechnet werden.



- Gib eine Gleichung an, mit der *h* exakt bestimmt werden kann.

/1 P.

- Berechne die Länge der Strecke $\overline{BC}$ auf 1 mm genau.

/3 P.

c) ➢ Begründe möglichst ohne Rechnung, dass das Winkelmaß β_1 genau 30° betragen muss.

/2 P.

➢ Weise rechnerisch nach, dass die Strecke $\overline{AS}$ genau 6 m lang ist.

/2 P.

➢ Gib das Winkelmaß δ_2 möglichst ohne Rechnung an und begründe durch geometrische Überlegungen, dass diese Angabe exakt ist.

/2 P.

Wahlteil zu B1

Bitte ankreuzen! Dieser Wahlteil soll gewertet werden (du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

d) ➢ Berechne das Winkelmaß β_2 .

➢ Berechne die Länge der Diagonalen $\overline{DB}$.

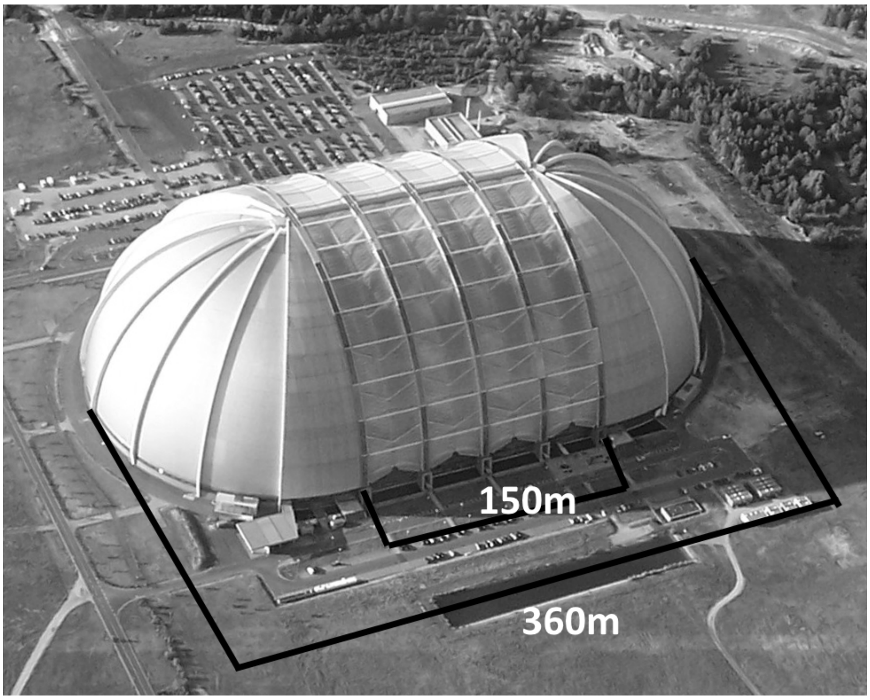
/6 P.

B2 Stereometrie — Tropical Islands

Im Freizeitpark „Tropical Islands“ in der Nähe von Berlin kann man baden und sich erholen.

Das Bad ist wie eine tropische Landschaft gestaltet und befindet sich in einer der größten freitragenden Hallen Europas.

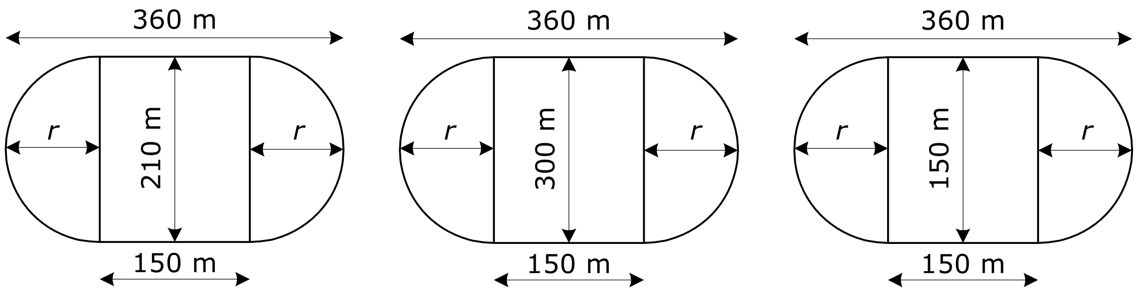
Die Form der Halle kann vereinfacht als Halbzylinder mit einer Viertelkugel auf jeder Seite beschrieben werden.



Quelle: AirWater

a) Für den Entwurf eines Lageplans erstellt ein Mitarbeiter eine nicht maßstäbliche Skizze des Grundrisses.

➢ Kreuze den Grundriss mit den richtigen Maßangaben an.



☐ ☐ ☐

/1 P.

b) Die Halle hat keine senkrechten Außenwände, sondern das Dach der Halle erstreckt sich unmittelbar bis zum Boden. Der Übergang zwischen Boden und Hallenkörper muss durch ein wetterfestes Abdichtungsband verschlossen werden.

- Überprüfe durch eine Rechnung, ob eine Rolle mit 1000 m Abdichtungsband ausreicht.

/2 P.

---

c) Laut Homepage des Freizeitparks soll die Grundfläche mehr als neun Fußballfeldern entsprechen. Ein Fußballfeld hat die Fläche von ca. 7000 m².

- Berechne die Grundfläche der Halle und überprüfe die Angabe des Freizeitparks.
  (*Wenn du den Radius der Viertelkugeln nicht bestimmen kannst, verwende r = 105 m.)*

/5 P.

---

d) Der umbaute Raum der Halle von „Tropical Islands“ beträgt laut Architektenangaben ca. 5 Millionen m³.

- Überprüfe, ob der umbaute Raum korrekt angegeben ist.

/4 P.

Wahlteil zu B2

Bitte ankreuzen! Dieser Wahlteil soll gewertet werden (du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

e) Alle fünf Jahre muss die Dachoberfläche der Halle professionell gereinigt werden. Der Betreiber holt drei Angebote ein.

Angebot 1	**Angebot 2**	**Angebot 3**
1€ pro m²	Grundpreis 19 000 € zuzüglich 0,80 € pro m²	Festpreis: 120 000 €

➢ Berechne die Kosten für jedes der drei Angebote und gib an, welches Angebot das günstigste ist.

/6 P.

B3 Funktionen: Vertretungsplan-App

Paul und Janine programmieren eine App für den Vertretungsplan an ihrer Schule.

Nach einem Tag nutzen sechs Schülerinnen und Schüler die App. An den darauffolgenden Tagen verdreifacht sich die Zahl täglich, so dass die App schon am vierten Tag von 162 Nutzern verwendet wird.

a) Mit Hilfe einer Tabelle wollen Paul und Janine sich einen Überblick verschaffen:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
0	2
1	6
2	
3	
4	162

➢ Ergänze die fehlenden Anzahlen der Nutzer.

/2 P.

Die beiden überlegen, mit welcher Funktion man dieses Wachstum darstellen kann. Sie haben zwei Vermutungen:

$f_1(x) = 2 \cdot 2^x$ und $f_2(x) = 3 \cdot 3^x$.

Dabei steht x für die Anzahl der Tage seit dem Upload der App.

➢ Zeige, dass beide Funktionsterme nicht richtig sind.

/2 P.

b) Die tatsächliche Funktion für die ersten vier Tage lautet:

$f(x) = 2 \cdot 3^x$.

Paul behauptet: „Wenn das so weitergeht, haben wir bald 10 000 Nutzer."

➢ Berechne, nach wie vielen Tagen mehr als 10 000 Nutzer zu erwarten wären.

/2 P.

c) Am fünften und sechsten Tag nimmt die Anzahl jeweils nur um 170 zu.

➢ Ergänze die Tabelle:

Anzahl der Tage ab Upload	Anzahl der Nutzer
4	162
5	
6	

/2 P.

Für den fünften und sechsten Tag lässt sich die Entwicklung der Nutzerzahlen durch eine lineare Funktion der Form $g(x) = m \cdot x + b$ beschreiben. Dabei ist $g(4) = 162$.

➢ Erläutere, welche Bedeutung $m = 170$ in diesem Zusammenhang hat.

/1 P.

➢ Berechne den Achsenabschnitt *b.*

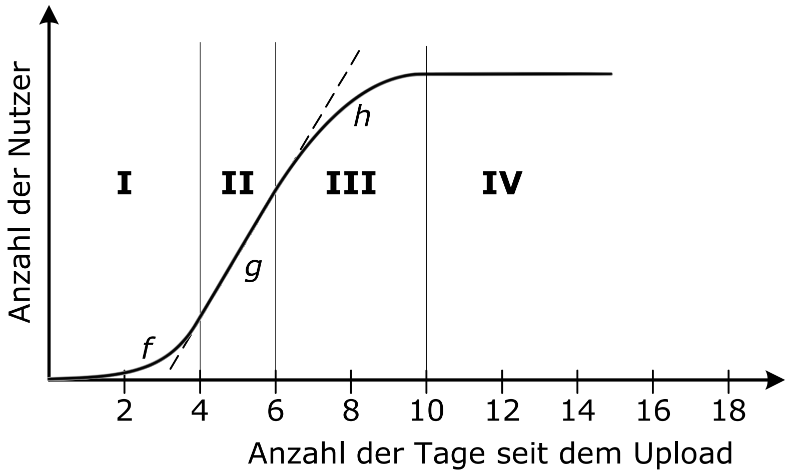
/1 P.

d) In der Realität können weder die exponentielle noch die lineare Zunahme der Nutzerzahlen die Situation **auf Dauer** richtig beschreiben.

➢ Nenne einen Grund dafür.

/1 P.

Der abgebildete Graph stellt die Zunahme der Nutzerzahlen realistischer dar. Man kann vier Abschnitte unterscheiden:



I:	Uploadzeitpunkt bis zum 4. Tag	*f*, exponentielle Zunahme
II:	4. Tag bis zum 6. Tag	*g*, lineare Zunahme
III:	6. Tag bis zum 10. Tag	*h*, parabelförmiger Verlauf
IV:	ab dem 10. Tag.	

➢ Interpretiere den Verlauf des Graphen ab dem 10. Tag.

/1 P.

Wahlteil zu B3

Bitte ankreuzen! Dieser Wahlteil soll gewertet werden (du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

e) Für den Zeitraum vom 6. Tag bis zum 10. Tag kann der weitere Verlauf des Graphen durch $h(x) = -20x^2 + 400x - 1178$ beschrieben werden.

- Berechne die Nullstellen dieser Funktion.

/2 P.

- Zeichne die beiden Nullstellen in die Zeichnung ein und skizziere die Parabel.

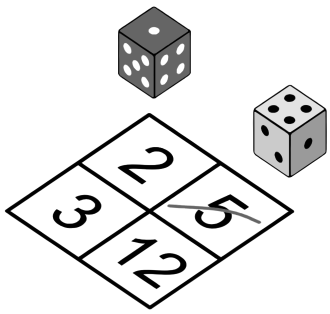
/2 P.

- Zeige, dass die Parabel ihren Scheitelpunkt an der Stelle x = 10 hat, und berechne, wie viele Nutzer demnach am 10. Tag zu erwarten sind.

/2 P.

B4 Statistik und Wahrscheinlichkeit: Summenbingo

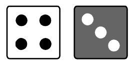
Summenbingo

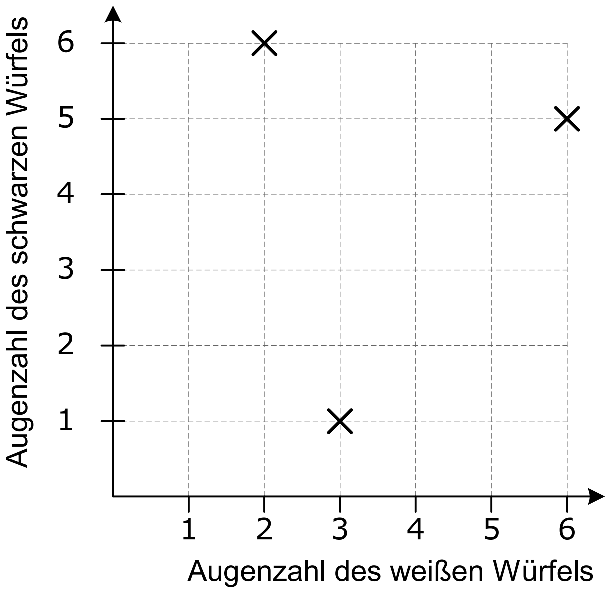


Summenbingo wird mit zwei normalen Spielwürfeln (einem weißen und einem schwarzen Spielwürfel) und einem Bingofeld gespielt.

Jeder Spieler trägt zunächst in sein leeres Bingofeld vier **verschiedene** Augensummen ein.

Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen und deren Augensumme wird gebildet. Taucht diese Augensumme auf dem Bingofeld auf, darfst du sie durchstreichen. Das Bingofeld, auf dem zuerst alle Zahlen gestrichen wurden, hat gewonnen.





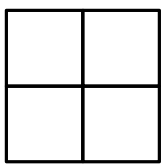
a) Der weiße Würfel zeigt eine 4 und der schwarze Würfel eine 3.

➢ Trage das entsprechende Kreuz in das Koordinatensystem an der richtigen Stelle ein.

/1 P.

Es wurde bereits dreimal gewürfelt.

➢ Entnimm dem Koordinatensystem alle vier gewürfelten Augensummen und trage sie in das untenstehende Bingofeld ein.



/3 P.

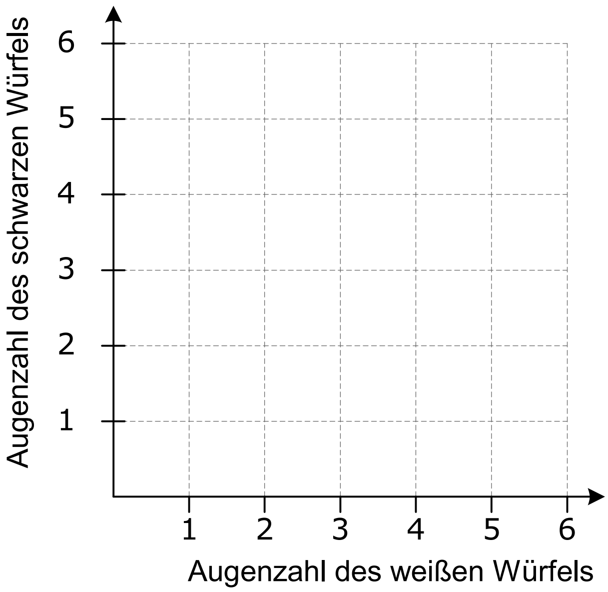
b) Es gibt 36 Möglichkeiten, die Augenzahlen zweier Würfel als Zahlenpaar aufzuschreiben. Alle Zahlenpaare sind gleich wahrscheinlich.

➢ Gib die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 4 an.

/2 P.

Wenn beide Würfel dieselbe Augenzahl zeigen, wird von einem Pasch gesprochen.

➢ Trage die Kreuze für alle Ergebnisse des Ereignisses „Pasch" in das Koordinatensystem ein.



/2 P.

---

c) Vor dir liegt das abgebildete Bingofeld.

2	5
3	12

➢ Entscheide, für welche Augensumme im Bingofeld die größte Wahrscheinlichkeit besteht, dass sie nach dem nächsten Wurf gestrichen wird. Begründe deine Entscheidung.

/2 P.

Du darfst eine der Zahlen in diesem Bingofeld durch eine andere Augensumme ersetzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Wurf eine Zahl gestrichen wird, soll dabei erhöht werden.

➢ Erläutere deine Vorgehensweise.

/2 P.

Wahlteil zu B4

Bitte ankreuzen! Dieser Wahlteil soll gewertet werden (du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

d) Du möchtest beim Bingospiel unbedingt gewinnen. Dazu empfiehlt es sich, für das Bingofeld solche Zahlen zu wählen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit bei den nächsten Würfen gestrichen werden.

➢ Wähle geeignete Zahlen aus, trage sie in das Bingofeld ein und begründe deine Entscheidung.

/4 P.

Jan hat sein Bingofeld optimal ausgefüllt.

Johanna sagt zu ihm: „Schau dir das an! Ich habe nicht genau die gleichen Zahlen wie du, aber mein Bingofeld ist auch optimal."

➢ Zeige, dass Johanna recht hat.

/2 P.