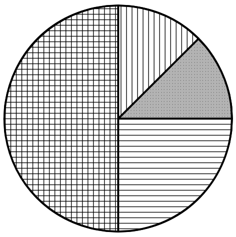
A Kurzformaufgaben Lösungen

A1 Gib in Prozent an: $\frac{1}{5} =$ **20** %

/1 P.

A2 Schätze, wie groß der mit gekennzeichnete Anteil ist.



-Anteil: ca. **12,5 %** .

Schätzungen von 10 % bis 15 % sowie entsprechende Angaben als Bruchteil werden akzeptiert.

/1 P.

A3 Die Zahlen sind der Größe nach geordnet.

$\frac{1}{10} < \boxed{} < 0{,}25 < \boxed{0{,}33} < \frac{2}{6} < \boxed{} < \frac{2}{5} < \boxed{\frac{2}{3}} < \frac{4}{5} < \boxed{} < 0{,}9$

Ordne $\frac{2}{3}$ und 0,33 an den richtigen Stellen ein.

/2 P.

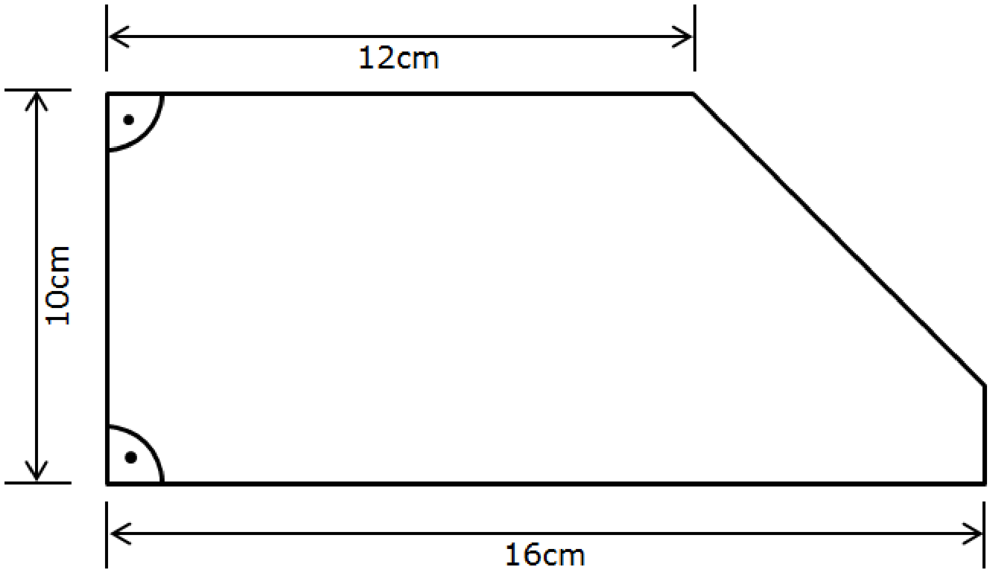
A4 Berechne: $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$

/1 P.

A5 Timo hat den Flächeninhalt der abgebildeten Fläche berechnet.

Erkläre, welchen Fehler er dabei gemacht hat.

$$A = \frac{12\text{ cm} + 16\text{ cm}}{2} \cdot 10\text{ cm} = 140\text{ cm}^2$$



Timos Annahme, es handle sich bei der Fläche um ein Trapez, ist

falsch.

/1 P.

A6 Löse die Gleichung $5x + 4 = -16$.

$$\Leftrightarrow 5x = -20$$
$$\Leftrightarrow x = -4$$

L = { − 4 }

Es genügt die Angabe der richtigen Lösung −4.

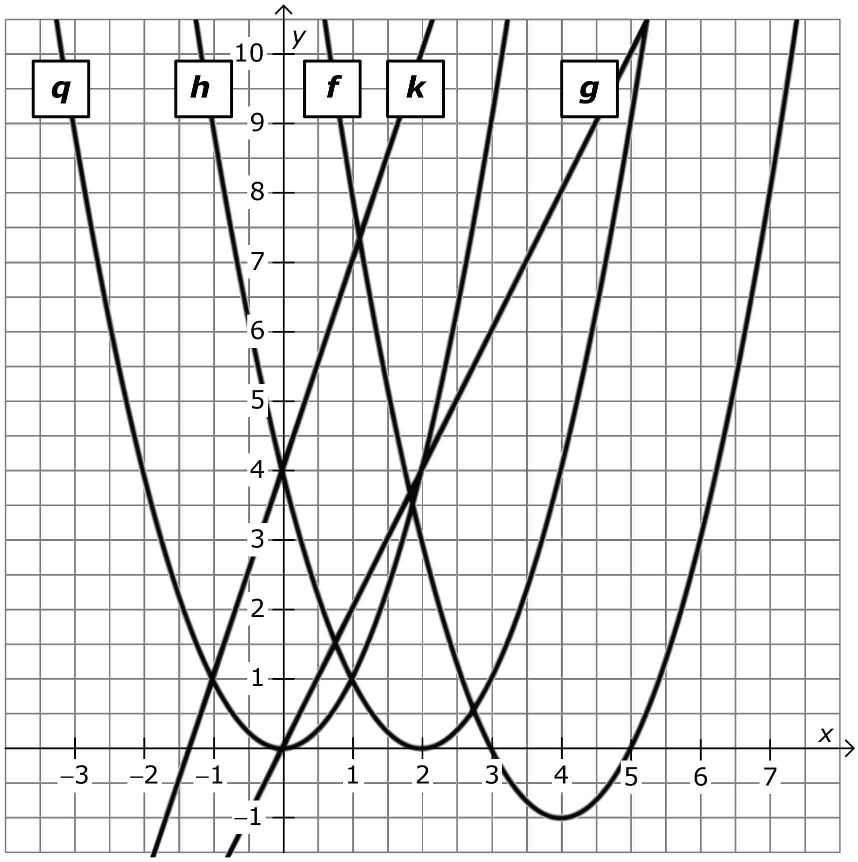
/0 oder 2 P.

A7 Multipliziere aus oder wende eine binomische Formel an:

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

/1 P.

A8



Fünf der sechs Funktionsgleichungen passen zu den fünf Graphen. Eine Funktionsgleichung bleibt übrig.

$f(x) = (x-3)\cdot(x-5)$	$g(x) = 2x$	$h(x) = (x-2)^2$
$k(x) = 3x+4$	$p(x) = \frac{1}{3}x+4$	$q(x) = x^2$

Trage die zugehörigen Bezeichnungen der Graphen wie *f*, *g* usw. in die Kästchen ein.

Für jede richtige Zuordnung 1 Punkt.

/5 P.

A9 Überführe die Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform:

$f(x) = x^2 - 8x + 15$

$f(x) = (x-4)^2 - 1$

Auch die Angabe des Scheitelpunktes (4 | –1) wird akzeptiert.

/0 oder 2 P.

A10 Gib die Funktionsgleichung einer Parabel an, die den Scheitelpunkt (3 | −1) hat.

$f(x) = (x-3)^2 - 1$ *oder gleichwertige Formulierungen*

/1 P.

A11 Ein rechteckiger Reitplatz ist 0,72 ha groß.
Gib an, wie lang und wie breit dieser Reitplatz sein könnte.

zum Beispiel Länge: 100 m

zum Beispiel Breite: 72 m

/1 P.

A12 Mit einer Kilowattstunde Energie kann man elektrische Geräte je nach deren Leistung unterschiedlich lange betreiben.
In der Tabelle sind Beispiele angegeben.

Ergänze die beiden fehlenden Angaben.

Zeit	0,5 h	1 h	2 h	**10 h**	40 h
Leistung	2000 W	1000 W	500 W	100 W	**25 W**
Energie	1 kWh	1 kWh	1 kWh	1 kWh	1 kWh

/2 P.

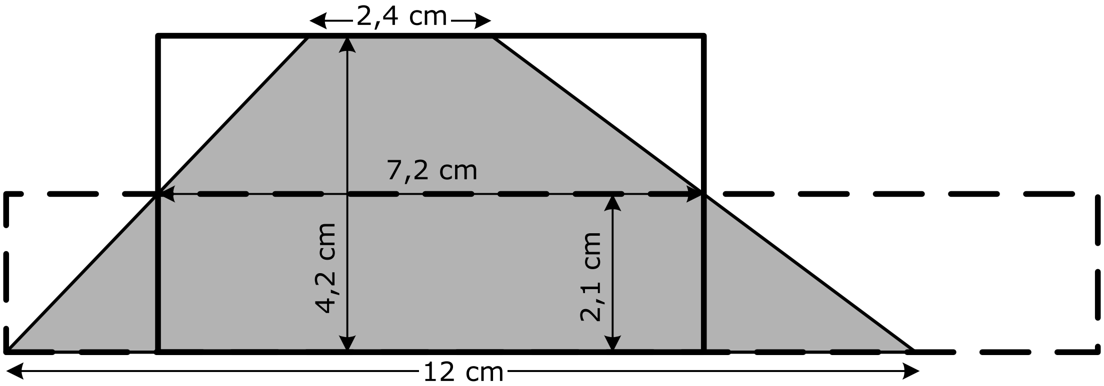
A13 Entscheide jeweils, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

	wahr	**falsch**
In jedem Rechteck sind die Diagonalen gleich lang.	☒	☐
In jedem Parallelogramm sind die Diagonalen gleich lang.	☐	☒

Nur bei zwei richtig gesetzten Kreuzen wird der Punkt gegeben.

/1 P.

A14 Skizziere in der Abbildung, wie aus dem Viereck ein Rechteck mit dem gleichen Flächeninhalt hergestellt werden kann.



Das Rechteck mit der durchgezogenen Linie oder dasjenige mit der gestrichelten Linie sind als Lösungen naheliegend. Alle Skizzen, die ein Rechteck mit dem gleichen Flächeninhalt wie dem des Trapezes darstellen, sind als richtig zu werten.

/0 oder 2 P.

A15 Berechne jeweils den Wert des Terms:

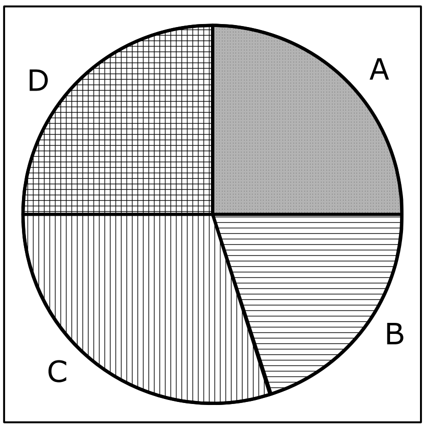
$0{,}03 + 0{,}15 =$ **0,18**

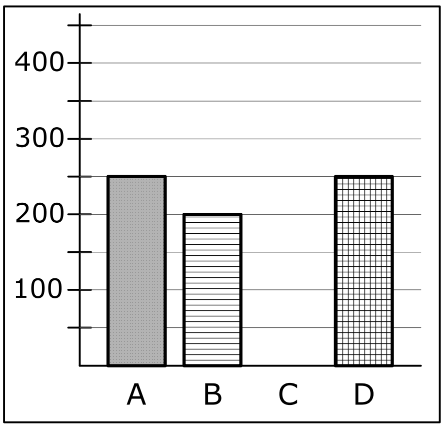
$0{,}03 \cdot 0{,}15 =$ **0,0045**

/2 P.

A16 Das Kreisdiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten von A, B, C und D. Beispielsweise beträgt die relative Häufigkeit von A 25 %.

Das zugehörige Säulendiagramm stellt für die gleichen Ereignisse A, B und D die absoluten Häufigkeiten dar.
Im Säulendiagramm fehlt noch die absolute Häufigkeit von C.

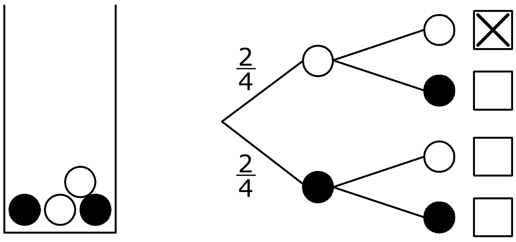




Gib die absolute Häufigkeit von C an: **300**

/1 P.

A17 In einem undurchsichtigen Behälter befinden sich zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden ohne hinzusehen zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Man gewinnt, wenn beide Kugeln weiß sind.



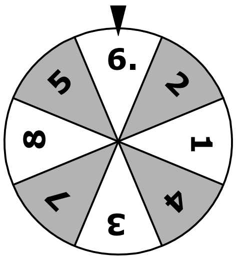
Kreuze im Baumdiagramm den Ausgang an, bei dem man gewinnt.

Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass beide Kugeln weiß sind.

P("w,w")= $\frac{2}{12}$ *oder* $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}$

/2 P.

A18 Das Glücksrad wird gedreht. Das Ereignis "Die Zahl ist kleiner als 4." hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{8}$.



Gib ein Ereignis an, das die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ hat.

Zum Beispiel Ereignis: „Die Zahl ist kleiner als 3."

/0 oder 2 P.

A19 Gib den Funktionsterm einer linearen Funktion an, deren Graph die Steigung $\frac{4}{5}$ hat und die y-Achse im Punkt (0 | –2) schneidet.

$\frac{4}{5}x - 2$

/1 P.

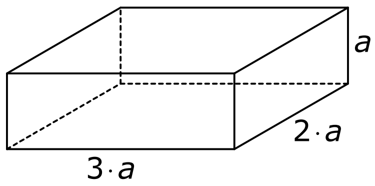
A20 Wenn es 100 mm Niederschlag gibt, dann steht das Wasser auf einer ebenen Fläche überall 100 mm hoch.
Beispielweise sind das auf einem Quadratmeter 100 dm³ Wasser.

Auf einem Quadratdezimeter sind das ______**1**________ dm³ Wasser.

Auf einem Quadratzentimeter sind das ______**100**______ cm³ Wasser.

/2 P.

A21 Der abgebildete Quader hat die Kantenlängen a, $2 \cdot a$ und $3 \cdot a$.



Gib Terme für die folgenden Größen an:

die Grundfläche des Quaders: $G = (3a) \cdot (2a)$

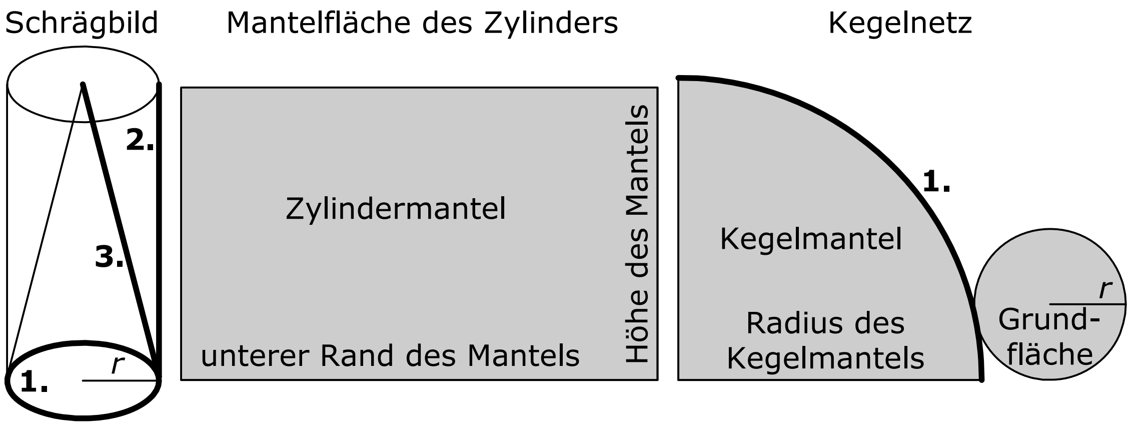
das Volumen des Quaders: $V = (3a) \cdot (2a) \cdot a$

die Summe aller Kantenlängen des Quaders $s = 4 \cdot (3a) + 4 \cdot (2a) + 4 \cdot a$

Eine Vereinfachung der Terme wird nicht verlangt.

/3 P.

A22 Ein Kegel und ein Zylinder haben beide die gleiche Grundfläche und die gleiche Höhe. Die Abbildung zeigt
das Schrägbild der beiden Körper,
die Mantelfläche des Zylinders und
das Netz des Kegels.



Markiere den unteren Rand des Mantels im Schrägbild und im Kegelnetz – *siehe **1.***

Zeichne die Höhe des Mantels in das Schrägbild ein – *siehe **2.***

Markiere den Radius des Kegelmantels im Schrägbild – *siehe **3.***

Die hier mit 1. bezeichnete Markierung muss zweimal eingezeichnet werden. Für 2. und 3. gibt es mehrere richtige Positionen im Schrägbild.

/4 P.

B1: Trigonometrie — Forschungsschiff – Lösungen

a) Ein Student der Meereskunde wird beauftragt, eine maßstabsgetreue Zeichnung im Maßstab 1:300 aus den bekannten sowie den ermittelten Werten anzufertigen.

- Bestimme hierfür zunächst alle Innenwinkel im Dreieck ADC.

$\sphericalangle DAC = \sphericalangle DAB - \sphericalangle CAB = 21^\circ - 5^\circ = 16^\circ$ (1)

$\sphericalangle BCA = 180^\circ - 90^\circ - \sphericalangle CAB = 180^\circ - 90^\circ - 5^\circ = 85^\circ$

$\sphericalangle ACD = 180^\circ - \sphericalangle BCA = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$ (1)

$\sphericalangle CDA = 180^\circ - \sphericalangle DAC - \sphericalangle ACD = 180^\circ - 16^\circ - 95^\circ = 69^\circ$ (1)

/3 P.

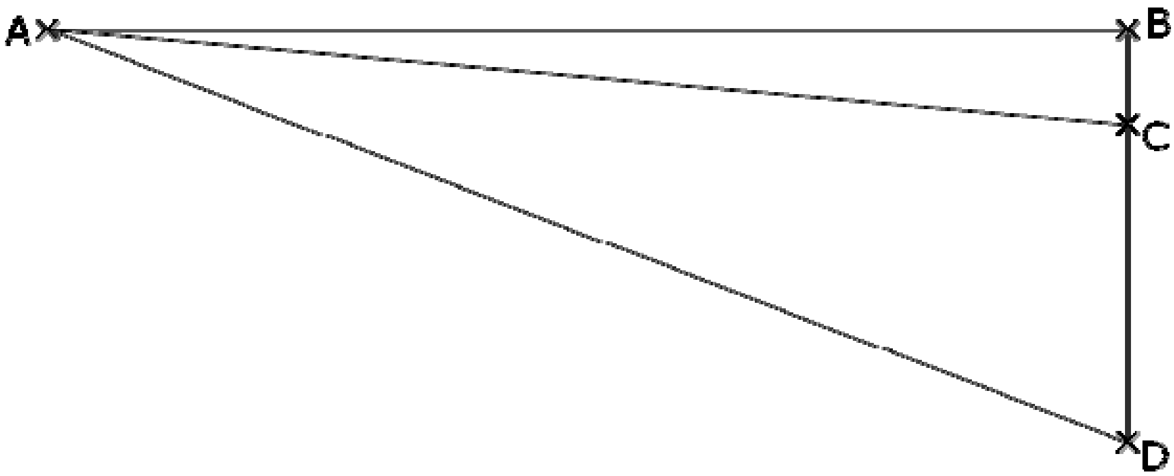
- Bestimme die Länge, mit der die Höhe der Mastspitze über dem Rumpfboden in der Zeichnung dargestellt werden muss.

13,50 m ≙ 1350 cm   1350 cm : 300 = 4,5 cm (1)

Die Länge darf alternativ auch aus der Zeichnung ermittelt werden.

/1 P.

- Erstelle eine Zeichnung des Dreiecks ADC im angegebenen Maßstab.



/2 P.

b) Das Schiffswrack liegt in unmittelbarer Nähe zu einer viel befahrenen Wasserstraße. Die Forscher sollen unter anderem sicherzustellen, dass es nicht zu Kollisionen kommen kann, wenn vorbeifahrende Schiffe einen größeren Tiefgang haben.

➢ Berechne die Wassertiefe oberhalb der Mastspitze des Wracks.

$$\frac{AC}{\sin(69°)} = \frac{CD}{\sin(16°)}$$ (1)

$$AC = \frac{CD \cdot \sin(69°)}{\sin(16°)}$$

$$AC = \frac{13{,}5\ m \cdot \sin(69°)}{\sin(16°)}$$

$$AC \approx 45{,}72\ m$$ (1)

$$\sin(5°) = \frac{BC}{AC}$$

$$BC = AC \cdot \sin(5°)$$

$$BC = 45{,}72\ m \cdot \sin(5°)$$

$$BC \approx 3{,}99\ m$$ (1)

Wassertiefe oberhalb der Mastspitze $= BC + 2\ m$

Wassertiefe oberhalb der Mastspitze $= 3{,}99\ m + 2\ m$

Wassertiefe oberhalb der Mastspitze $= 5{,}99\ m$ (1)

Wegen der Angabe einer ungefähren Sonartiefe sollten bei nachvollziehbaren Berechnungen Lösungen im Intervall [5,75 m, 6,25 m] akzeptiert werden.

/4 P.

Das Forschungsschiff befindet sich zum Zeitpunkt der Messung in einiger Entfernung zum Schiffswrack.

➢ Berechne die Entfernung AB.

$$\tan(5°) = \frac{BC}{AB}$$ (1)

$$AB = \frac{BC}{tan(5°)}$$

$$AB = \frac{3{,}99\ m}{tan(5°)}$$

$$AB \approx 45{,}55\ m$$ (1)

/2 P.

c) Der Student muss sich auch mit der Technik des Sonars auseinandersetzen. Schall breitet sich im Wasser mit einer Geschwindigkeit von 1480 $\frac{m}{s}$ aus.

Das vom Sonar ausgesendete Schallsignal wird vom Rumpfboden reflektiert und zurück an das Sonar gesendet.

➢ Bestimme, nach welcher Zeit das Schallsignal wieder am Sonar ankommt.

$$\cos(21°) = \frac{AB}{AD}$$ (1)

$$AD = \frac{AB}{\cos(21°)}$$

$$AD = \frac{45{,}55\ m}{\cos(21°)}$$

$$AD \approx 48{,}79\ m$$ (1)

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

$$\text{Zeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

$$\text{Zeit} = \frac{2 \cdot AD}{1480\ \frac{m}{s}}$$ (1)

$$\text{Zeit} = \frac{2 \cdot 48{,}79m}{1480\ \frac{m}{s}}$$

$$\text{Zeit} = 0{,}07\ s$$ (1)

/4 P.

d) Betrachte das rechtwinklige Dreieck ADB.

- Erläutere, welche Bedeutung ein immer kleiner werdender Wert von $\cos(\alpha)$ im Sachkontext hat.

Für den gegebenen Sachkontext sind Werte im offenen Intervall zwischen 0 und 1 denkbar.

Ein kleiner werdender Wert von $\cos(\alpha)$ bedeutet, dass α größer wird. (1)

Ein größer werdender Wert von α bedeutet, dass sich das Forschungsschiff dem Schiffswrack annähert. (1)

Eine Betrachtung bezüglich einer Überfahrt des Forschungsschiffes oberhalb des Schiffswracks kann vernachlässigt werden.

/2 P.

B2: Stereometrie — Sommerfest - Lösungen

Eine Schule verkauft bei einem Sommerfest Cocktails. Alle Cocktails kosten gleich viel, sie werden jedoch in zwei verschiedenen Gläsern angeboten.

a) Die Schüler der 10. Klasse streiten darüber, bei welchem Glas die Gäste mehr Inhalt für ihr Geld bekommen.

- Berechne für beide Gläser das Volumen bis zur Füllhöhe und vergleiche die Ergebnisse.

$V_{\text{Zylinder}} = G \cdot k$

$V_{\text{hohes Glas}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 5{,}8\right)^2 \cdot \pi \cdot 11$

$V_{\text{hohes Glas}} \approx 291\ \text{cm}^3$ (1)

$V_{\text{flaches Glas}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 7{,}5\right)^2 \cdot \pi \cdot 7$

$V_{\text{flaches Glas}} \approx 309\ \text{cm}^3$ (1)

Das flachere Glas hat das größere Volumen. (1)

/3 P.

---

b) Am Ende des Sommerfests ergeben die Schätzungen der Schüler, dass sich die Mehrheit der Gäste für das höhere Glas entschieden hat.

- Erkläre anhand der Volumenformel des Zylinders, welchen Gesichtspunkt die Gäste bei ihrer Entscheidung übersehen haben.

Jede Schülerlösung sollte die volle Punktzahl erhalten, sofern die Erklärung die folgenden Aspekte benennt:

1. Die Körperhöhe wird als ausschlaggebend wahrgenommen. (1)

2. Dabei wird der größere Einfluss des Radius (quadratisch) auf das Volumen übersehen. (1)

/2 P.

---

c) Um keine versteckte Werbung für einen bestimmten Hersteller zu machen, werden alle Säfte für die Cocktails aus den Tetrapacks in zwei verschiedene Arten von Krügen umgefüllt.

Das Volumen einer Saftpackung beträgt $1{,}5\,\text{dm}^3$.

- Berechne die Füllhöhe des zylindrischen Krugs, wenn sein Durchmesser $12\,\text{cm}$ beträgt und der gesamte Saft einer Packung eingefüllt wird.

Der Schüler muss zu Beginn der Aufgabe die Wahl treffen, das Volumen in Kubikzentimeter oder den Durchmesser in Dezimeter zu verwandeln.

z.B.

$1{,}5\,\text{dm}^3$ entsprechen $1500\,\text{cm}^3$ (1)

$$V_{\text{zyl.Krug}} = G \cdot k$$

$$1500 = \left(\frac{1}{2} \cdot 12\right)^2 \cdot \pi \cdot k \qquad (1)$$

$$k = \frac{1500}{36 \cdot \pi} \approx 13{,}3 \qquad (1)$$

Die Füllhöhe des zylindrischen Krugs beträgt ungefähr $13{,}3\,\text{cm}$.

/3 P.

Beim quaderförmigen Krug befindet sich der 1-Liter Füllstrich in 16 cm Höhe.

- Ermittle die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche.

Der Schüler benötigt für den Ansatz eine Umwandlung der Einheit Liter in Kubikzentimeter oder Kubikdezimeter.

z.B. :

1 Liter entspricht $1000\,\text{cm}^3$ (1)

$$V_{\text{quaderf. Krug}} = G \cdot k$$

$$1000 = a^2 \cdot 16$$ (1)

$$a^2 = \frac{1000}{16}$$

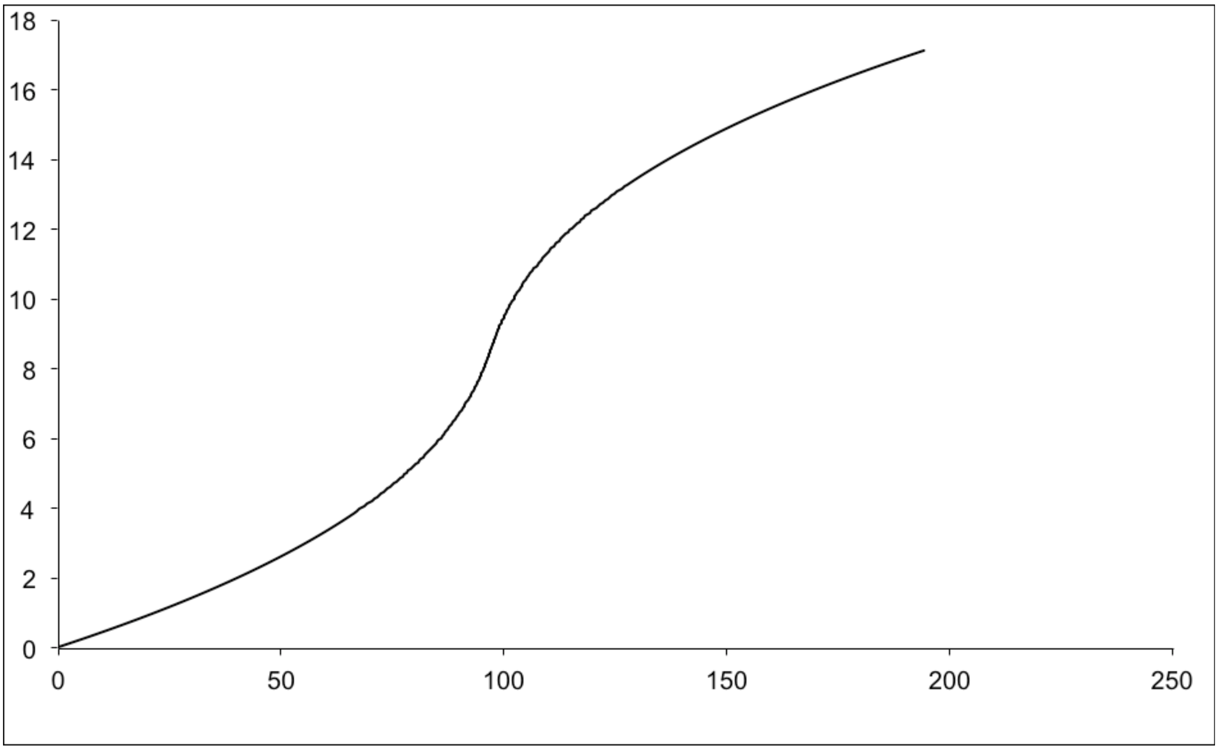
$$a = \sqrt{\frac{1000}{16}} \approx 7{,}9$$

Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche beträgt ungefähr 7,9 cm. (1)

/3 P.

d) Das hier dargestellte Gefäß hat ein Volumen von ungefähr 200 cm^3 und wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.

➢ Skizziere in das nachfolgende Koordinatensystem den passenden Füllstandsgraphen.



Folgende Kriterien sollten im gezeichneten Graphen erkennbar sein

- *Der Ausgangspunkt liegt im Ursprung, der Endpunkt ca. in (200/17), der Wendepunkt ca. in (100/8), der Graph hat annähernd die Form eines S.*

/1 P.

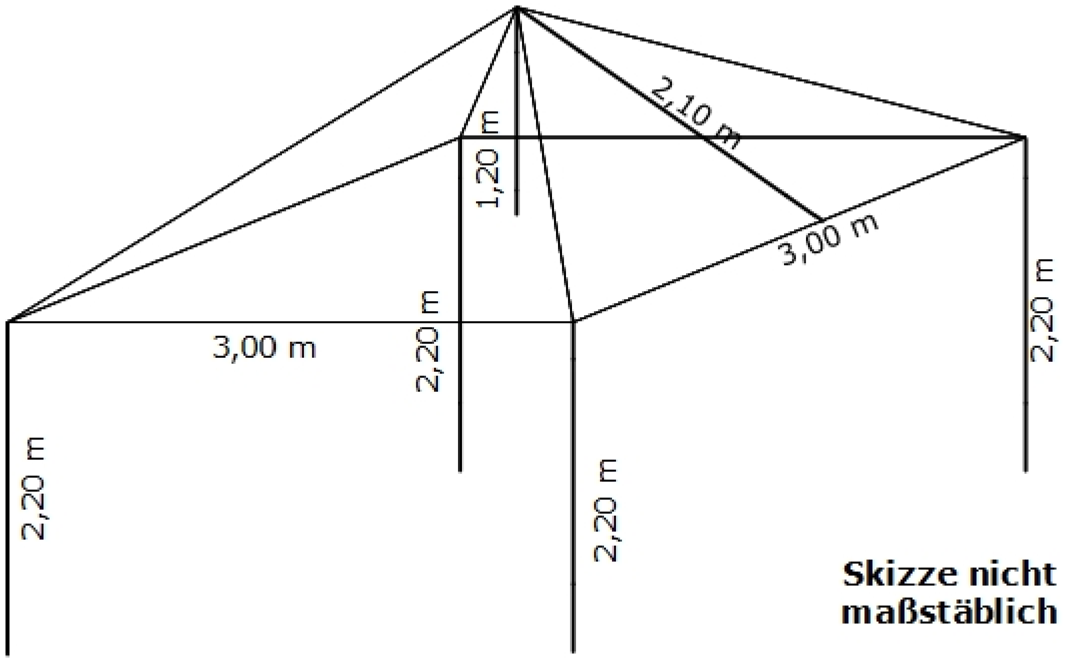
Wahlteil zu B2

Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

e) Um den Verkauf der Getränke auf dem Schulhof auch bei schlechtem Wetter durchführen zu können, haben die Schüler einen Pavillon gekauft.

Als Windschutz soll der Pavillon zwei Seitenwände bekommen.



- Berechne, wie viele Quadratmeter Plane für beide Seitenwände benötigt werden.

$A_{\text{Seitenfläche}} = a \cdot b$

$A_{\text{Seitenfläche}} = 3 \cdot 2{,}20 = 6{,}60$ (1)

Für zwei Seitenflächen werden dann 13,20 Quadratmeter benötigt. (1)

/2 P.

f) Der Klassensprecher der verantwortlichen Klasse behauptet, dass man den Flächeninhalt der Seitenwände gar nicht berechnen muss. Der Flächeninhalt der Seitenwände ist genauso groß wie der des pyramidenförmigen Daches des Pavillons.

- Entscheide, ob der Klassensprecher recht hat und begründe deine Entscheidung.

Der Klassensprecher liegt falsch. (1)

Dem Schüler wird hier neben der rechnerischen Begründung ausdrücklich auch die Möglichkeit eingeräumt, eine argumentative oder geometrische Lösung zu wählen.

In der argumentativen Vorgehensweise sollte dann die volle Punktzahl vergeben werden, wenn der Schüler die folgenden Aspekte anspricht.

1. Die benötigte Fläche (Mantelfläche) besteht aus vier gleich großen Dreiecken.

2. Die Grundseite jedes Dreiecks entspricht einer Seite der rechteckigen Seitenflächen.

3. Die Höhe der Dreiecke ist aber kleiner als die der rechteckigen Seitenflächen.

4. Somit entspricht die Fläche zweier gleichschenkliger Dreiecke nicht der einer Seitenwand.

5. Die vier gleichschenkligen Dreiecke haben nicht denselben Flächeninhalt wie die beiden rechteckigen Seitenwände.

Für den rechnerischen Weg sind ebenfalls Überlegungen anzustellen. Die Mantelfläche des pyramidenförmigen Daches entspricht der Fläche vier gleichschenkliger Dreiecke.

$$A_{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$A_{Dreieck} = \frac{3 \cdot 2{,}10}{2} = 3{,}15$$ (1)

$$4 \cdot 3{,}15 = 12{,}60$$ (1)

Für das pyramidenförmige Dach werden nur 12,60 statt 13,20 Quadratmeter benötigt. (1)

/4 P.

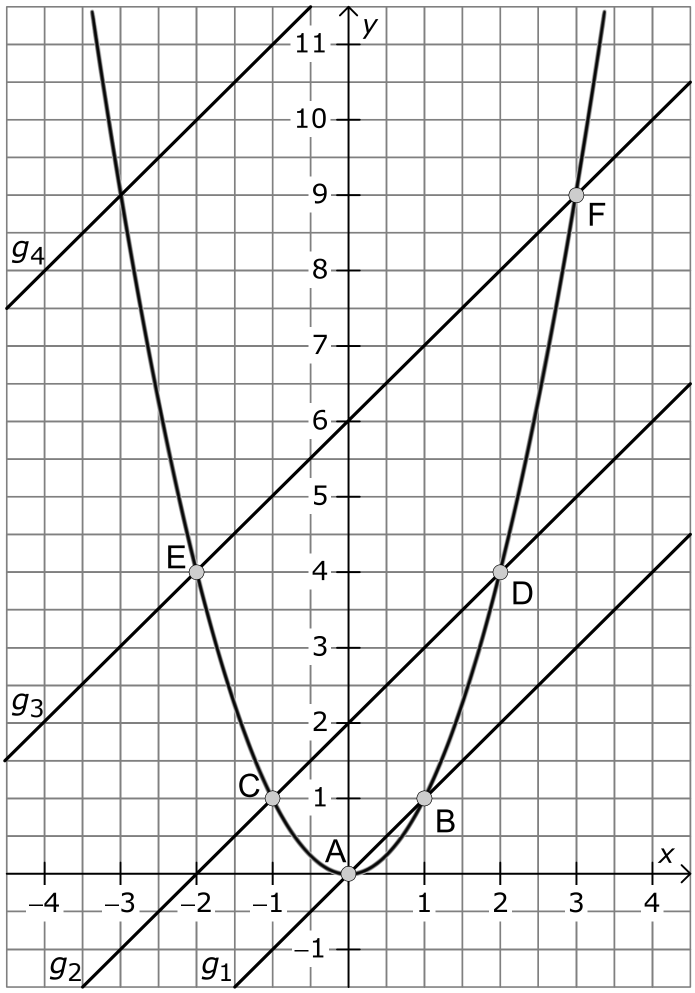
B3: Funktionen — Parabeln und Geraden – Lösungen

a) Gleichung 1: $x^2 = x$
Gleichung 2: $x^2 = x + 2$
Gleichung 3: $x^2 = x + 6$

- Wähle *eine* Gleichung aus und löse sie. Führe auch die Probe durch.

$x^2 = x$
$\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \text{oder} \quad x = 0$ (1)

Probe erste Lösung:
Term links $1^2 = 1$,
Term rechts 1
Probe zweite Lösung:
Term links $0^2 = 0$,
Term rechts 0.
Die y-Werte des linken und des rechten Terms stimmen jeweils überein. (1)



entsprechend bei Wahl einer anderen Gleichung

$x^2 = x + 2$
$\Leftrightarrow \quad x = -1 \quad \text{oder} \quad x = 2$
Probe erste Lösung: Term links $(-1)^2 = 1$, Term rechts $-1 + 2 = 1$
Probe zweite Lösung: Term links $2^2 = 4$, Term rechts $2 + 2 = 4$

bzw.

$x^2 = x + 6$
$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \text{oder} \quad x = 3$
Probe erste Lösung: Term links $(-2)^2 = 4$, Term rechts $-2 + 6 = 4$
Probe zweite Lösung: Term links $3^2 = 9$, Term rechts $3 + 6 = 9$.

/2 P.

- ➢ Markiere dann in der Abbildung diejenigen Punkte, deren Koordinaten du durch das Lösen der ausgewählten Gleichung sowie durch die Probe bestimmt hast.

Je nach Wahl der Gleichung sind <u>die beiden zu dieser Gleichung passenden Punkte zu markieren</u>, also entweder A und B (Gleichung 1) oder C und D (Gleichung 2) oder E und F (Gleichung 3). Eine Benennung ist nicht erforderlich.
Sofern mehr als zwei Punkte markiert wurden, muss die Zuordnung zur jeweiligen Gleichung erkennbar sein. Für ein Markieren ohne erkennbare Zuordnung zu einer Gleichung soll kein Punkt vergeben werden. (1)

/1 P.

---

b) Die Gleichungen 1, 2 und 3 beziehen sich auf die Geraden g_1, g_2 und g_3 sowie auf die Parabel.

- ➢ Stelle für die Gerade g_4 und die Parabel die entsprechende Gleichung 4 auf, löse sie und führe die Probe durch.

$x^2 = x + 12$ (1)

$\Leftrightarrow \quad x = -3 \quad \text{oder} \quad x = 4$ (1)

Probe erste Lösung: Term links $(-3)^2 = 9$, Term rechts $-3 + 12 = 9$
Probe zweite Lösung: Term links $4^2 = 16$, Term rechts $4 + 12 = 16$
Die y-Werte des linken und des rechten Terms stimmen jeweils überein. (1)

/3 P.

- ➢ Erkläre anhand der Abbildung die Bedeutung der Gleichung, der Lösungen sowie der Probe.

Man setzt die Funktionsterme der Parabel und der Geraden gleich.
Damit sucht man Schnittpunkte von Parabel und Gerade.
Aus den Lösungen erhält man die x-Koordinaten und aus den beiden Proben die y-Koordinaten der beiden Schnittpunkte. (1)

/1 P.

---

c) In dieser Abbildung schneiden sich alle Geraden in einem Punkt.

➢ Gib die Funktionsgleichung der Geraden h_4 an.

$h_4(x) = 2x + 3$ (1)

/1 P.

➢ Bestimme die Koordinaten des zweiten, nicht aus der Abbildung ablesbaren Schnittpunktes der Geraden h_4 mit der Parabel p durch eine Rechnung.

$x^2 = 2x + 3$

$\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \text{oder} \quad x = 3$ (1)

Probe zweite Lösung: Term links $3^2 = 9$, Term rechts $2 \cdot 3 + 3 = 9$

rechter Schnittpunkt: $(3 \mid 9)$ (1)

/2 P.

d) Auf den ersten Blick sieht die Abbildung so aus wie die Abbildung zu **c)**. Jedoch liegt die *y*-Achse in dieser Abbildung an einer anderen Stelle.

➢ Gib die Funktionsgleichung der Parabel q an.

$q(x) = (x-1)^2$ (1)

/1 P.

➢ Gib für <u>*eine*</u> der Geraden k_1 bis k_5 die Funktionsgleichung an.

$k_1(x) = -x + 1$, $k_2(x) = 1$, $k_3(x) = x + 1$, $k_4(x) = 2x + 1$ *oder*
$k_5(x) = 3x + 1$

Angabe einer der Funktionsgleichungen (1)

/1 P.

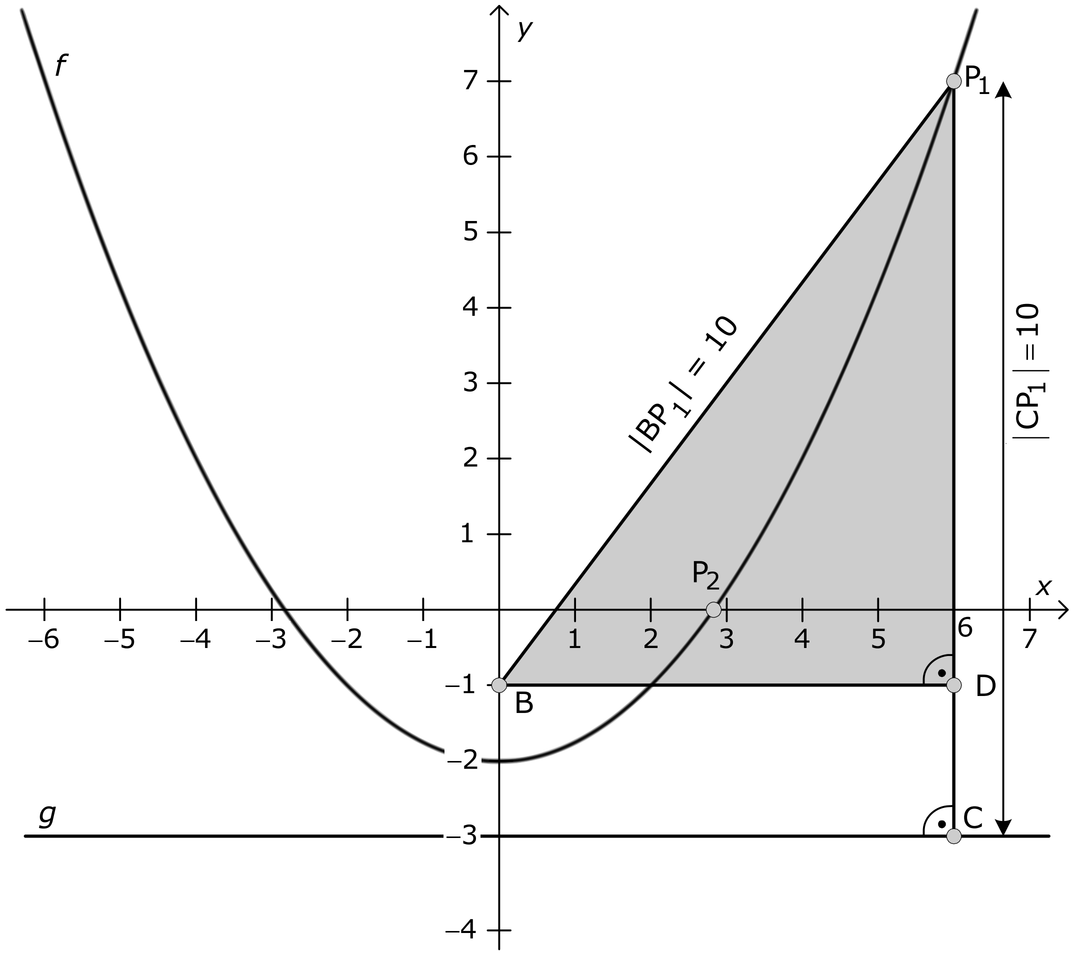
Wahlteil zu B3

Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden:

☐ ja ☐ nein

e) Die Abbildung zeigt die Parabel $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$.

Man nennt den Punkt B den Brennpunkt und die Gerade *g* die Leitgerade der Parabel. Wenn ein Punkt P auf der Parabel liegt, dann ist sein Abstand zum Brennpunkt genauso groß wie sein Abstand zur Leitgeraden.



Als Beispiel ist der Punkt $P_1(6\,|\,7)$ markiert.

Aus dessen Koordinaten kann man ermitteln, dass sein Abstand von der Leitgeraden genau 10 cm beträgt.

- Zeige durch eine Rechnung, dass der Punkt $P_1(6 \mid 7)$ ebenfalls genau 10 cm vom Punkt B entfernt ist.

Satz des Pythagoras im Dreieck BDP_1

$$|BP_1|^2 = |BD|^2 + |DP_1|^2$$

$$|BP_1| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

Die Hypotenuse $\overline{BP_1}$ ist genau 10 cm lang. (1)

/1 P.

P_2 ist der rechte Schnittpunkt der Parabel mit der *x*-Achse.

- Berechne die Koordinaten von P_2.

$$f(x) = 0$$

$$\tfrac{1}{4}x^2 - 2 = 0 \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow \qquad x^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow \qquad x = \sqrt{8} \text{ oder } x = -\sqrt{8}$$

$$P_2\left(\sqrt{8} \mid 0\right) \qquad (1)$$

Auch eine Angabe der Nullstelle als gerundeter Dezimalbruch wird akzeptiert.

/2 P.

- Begründe, dass der Abstand von P_2 zur Leitgeraden genau *e* = 3 cm betragen muss.

P_2 liegt auf der *x*-Achse, deshalb ist die *y*-Koordinate von P_2 0.
Für alle Punkte auf der Leitgeraden ist $y = -3$. Also beträgt der Abstand von P_2 zur Leitgeraden genau 3 Längeneinheiten, in der Abbildung sind das 3 cm. (1)

/1 P.

Es gibt zwei Punkte P_3 und P_4, für die jeweils e = 17 cm ist.

➢ Ermittle für einen dieser Punkte dessen Koordinaten.

Da der Abstand von P_3 zur Leitgeraden 17 cm beträgt, muss die y-Koordinate von P_3 den Wert 14 haben. (1)

Die x-Koordinate von P_3 kann man aus $f(x)=14$ bestimmen.

$$f(x)=0$$

$$\tfrac{1}{4}x^2-2=14$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2=64$$

$$\Leftrightarrow \quad x=8 \text{ oder } x=-8$$

$P_3(8|14)$ (1)

Kontrolle (wird nicht verlangt)

Aus $x = 8$ ergibt sich die Länge der horizontalen Kathete. Da der Punkt B die y-Koordinate −1 hat, hat die vertikale Kathete die Länge $f(8)-(-1)=14+1=15$.

$$|BP_3|=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{287}=17$$

Wird statt P_3 der Punkt P_4 gewählt, sind die entsprechenden Rechnungen für (−8 | 14) durchzuführen.

/2 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit — Gefäße - Lösungen

Im Mathematikunterricht führen die Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Aktivitäten zum Ziehen von gleichartigen Kugeln aus einem undurchsichtigen Gefäß durch.

a) In einem Gefäß liegen 3 blaue, 5 rote und 2 gelbe Kugeln.

- Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine gelbe Kugel zu ziehen.

$$P(\text{gelb}) = \frac{2}{10} \qquad (1)$$

/1 P.

Aus diesem Gefäß mit 3 blauen, 5 roten und 2 gelben Kugeln werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, 2 blaue Kugeln zu ziehen.

$$P(\text{2 blaue Kugeln}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100} \qquad (2)$$

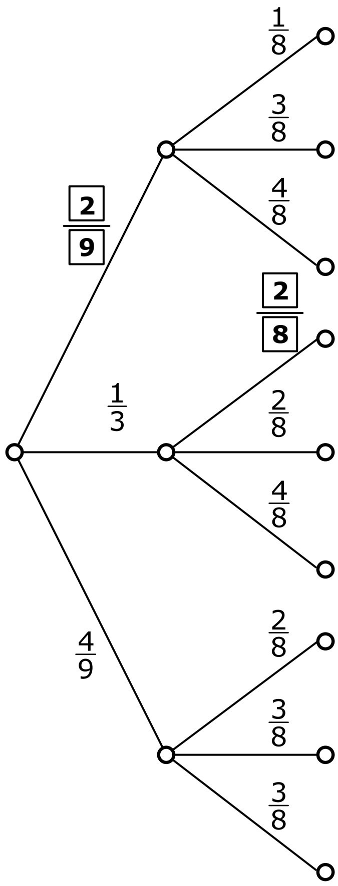
/2 P.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, 2 gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

$$P(\text{2 gleichfarbige Kugeln}) = \frac{9}{100} + \frac{25}{100} + \frac{4}{100} = \frac{38}{100} \qquad (2)$$

/2 P.

b) Hier siehst du die Abbildung eines Baumdiagramms.



- Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

/2 P.

- Beschreibe ein Zufallsexperiment, das zu diesem Baumdiagramm passt.

Aus der Darlegung des Zufallsexperiments muss deutlich	
werden, dass es zweistufig	(1)
und ein Ziehen ohne Zurücklegen ist	(1)
sowie 3 gleichförmige, unterscheidbare Objekte	(1)
berücksichtigt.	

/3 P.

c) Ein Gefäß soll mit schwarzen und weißen Kugeln befüllt werden.

➢ Gib zwei Möglichkeiten an, ein Gefäß so mit schwarzen und weißen Kugeln zu befüllen, dass die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, $\frac{1}{4}$ beträgt.

Mögliche Lösungen:

Anzahl der weißen Kugeln	1	2	3	4	...
Anzahl der schwarzen Kugeln	3	6	9	12	...

/2 P.

Wahlteil zu B4

Bitte ankreuzen!
Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

☐ ja ☐ nein

d) In einem undurchsichtigen Gefäß befinden sich rote, gelbe und blaue Kugeln. Das Gefäß enthält insgesamt 25 Kugeln.

Die Wahrscheinlichkeit, eine blaue Kugel zu ziehen, ist $\frac{3}{5}$.

Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass 2 gelbe Kugeln gezogen werden, ist $\frac{1}{20}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass 2 rote Kugeln gezogen werden, ist $\frac{1}{50}$.

➢ Ermittle die Anzahl der blauen, der gelben und der roten Kugeln in dem Gefäß.

Tipp: Ein Baumdiagramm kann dir helfen, den Sachverhalt zu erfassen.

Möglicher Lösungsweg:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{30}{25 \cdot 24} = \frac{6 \cdot 5}{25 \cdot 24}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{12}{25 \cdot 24} = \frac{4 \cdot 3}{25 \cdot 24}$$

Die Zähler 30 und 12 müssen sich jeweils aus dem Produkt zweier aufeinander folgender natürlicher Zahlen zusammensetzen.

Im Gefäß befinden sich 15 blaue, (2)

6 gelbe und (2)

4 rote Kugeln. (2)

Für die Ermittlung der Anzahl der Kugeln einer Farbe sind jeweils 2 Punkte zu erteilen. Der Lösungsweg muss dabei erkennbar sein.

Richtige alternative Lösungswege sind in gleicher Weise zu bepunkten.

/6 P.