

Zentrale Abschlussarbeit 2018

Mathematik

Heft 2

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist **Heft 2**.

Heft 1 Kurzformaufgaben

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 45 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Von 2 Komplexaufgaben musst du den Wahlteil bearbeiten; die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten. Entscheide dich, welche beiden Wahlteile du bearbeiten möchtest. Du musst nur **2 Wahlteile** bearbeiten.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

ACHTUNG !

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!

Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

Lesezeit: 30 Minuten

Bearbeitungszeit: insgesamt 135 Minuten, davon höchstens 45 Minuten für die Kurzformaufgaben

Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!

Viel Erfolg!

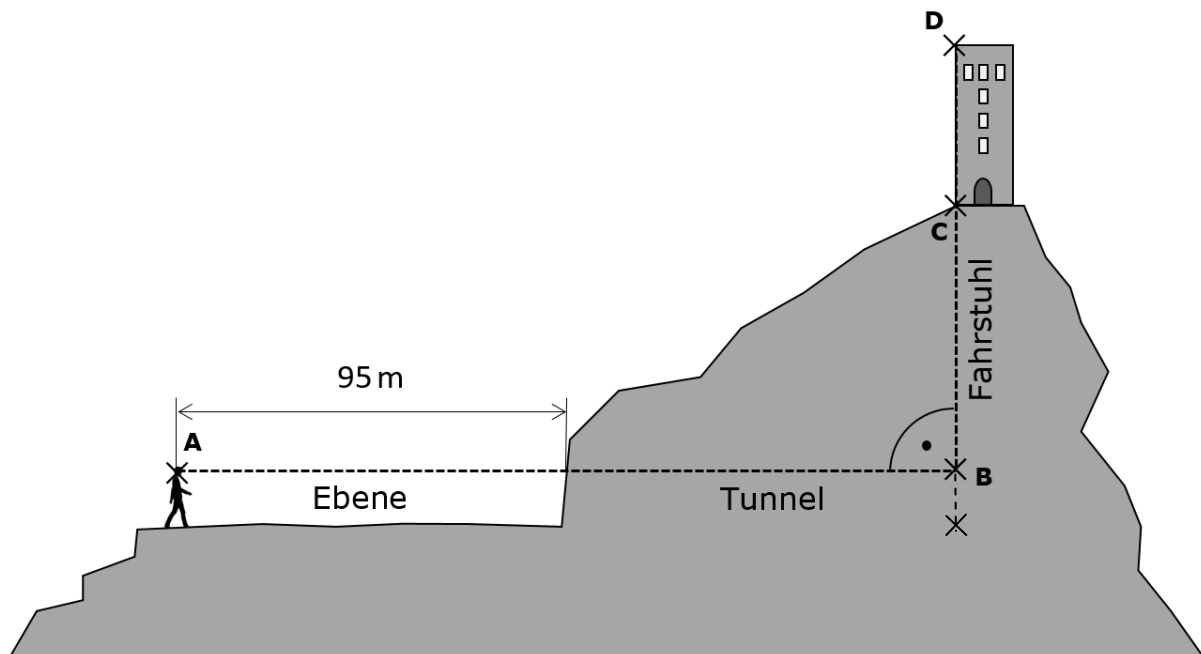
B1: Trigonometrie

Turm

Auf einem Berg steht ein 12 m hoher Turm. Der Zugang zu diesem Turm soll durch einen Fahrstuhl erleichtert werden. Der Zugang zum Fahrstuhl soll über einen Tunnel erfolgen. Ein Techniker kann einige der für die Bauarbeiten nötigen Maße direkt messen, andere Maße müssen später rechnerisch oder zeichnerisch ermittelt werden.

Der Techniker peilt aus einer Augenhöhe von 1,70 m den unteren Rand des Turmes unter einem Höhenwinkel von 14° und den oberen Rand des Turmes unter einem Höhenwinkel von 19° an.

nicht maßstabsgetreue Skizze:



a) Für weitere Betrachtungen soll eine maßstabsgetreue Zeichnung angefertigt werden, in der der Turm sowie die Position des Technikers (ausgehend von dessen Augenhöhe) dargestellt sind.

- Bestimme die Innenwinkel dieses Dreiecks ACD.

..... /3 P.

- Bestimme die Höhe, die der Turm im Maßstab 1:1000 in der Zeichnung haben muss.

..... /1 P.

- Zeichne das Dreieck ACD mit Hilfe der zuvor ermittelten Turmhöhe.

..... /2 P.

b) Die vorherige Abbildung zeigt, wie der Bau des Tunnels und des Schachts für den Fahrstuhl geplant sind. Für die weiteren Berechnungen soll hier angenommen werden, dass der Tunnel keine Höhe und der Fahrstuhl keine Breite hat.

- Berechne, wie tief der Schacht für den Fahrstuhl gebohrt werden muss.

..... /4 P.

- Bestimme, wie lang die Bohrung für den Tunnel sein muss.

(Wenn du BC nicht bestimmen konntest, rechne mit BC = 31 m weiter.)

..... /2 P.

Wahlteil zu B1

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja nein

c) Nimm an, dass am oberen Rand des Turmes ein Lautsprecher montiert ist, der für Durchsagen genutzt wird.

- Bestimme, mit welcher zeitlichen Verzögerung der Techniker eine Durchsage hört, wenn die Schallgeschwindigkeit $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt.

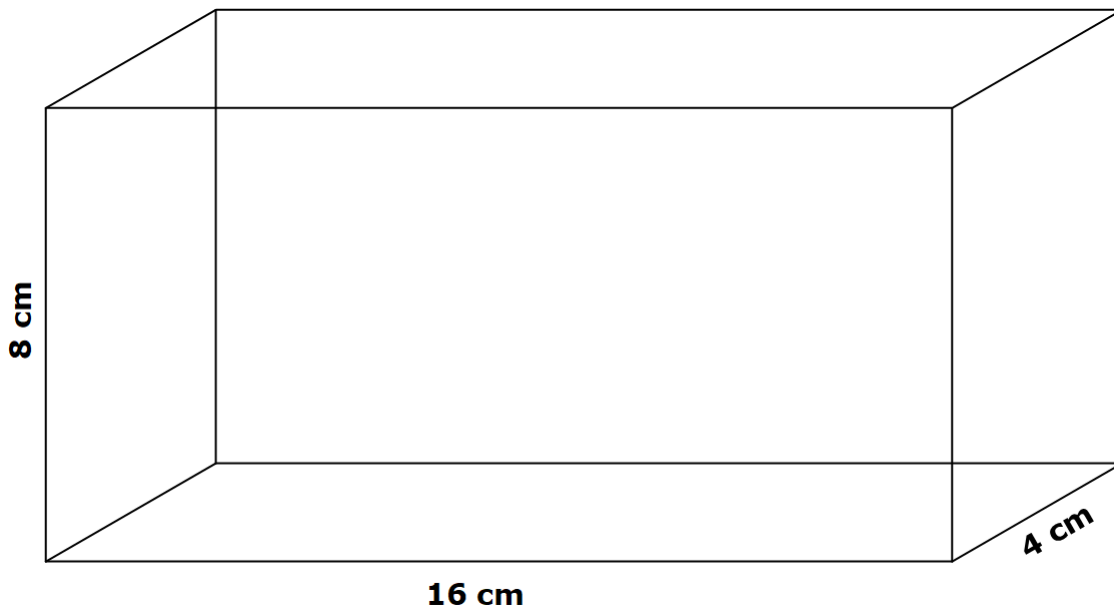
(Wenn du AB nicht bestimmen konntest, rechne mit AB = 125 m weiter.)

..... /4 P.

d) „Eine Halbierung der Länge AB führt zu einer Verdopplung des Höhenwinkels, unter dem er den Punkt D anpeilt.“

- Überprüfe die hier getroffene Aussage.

..... /2 P.

**Angaben nicht maßstabsgetreu**

Eine Firma stellt pro Jahr 12 Millionen Verpackungen her, in die Schoko-Drinks abgefüllt werden. In Zukunft soll die Menge an Verpackungsmüll reduziert werden. Dabei muss das Volumen der neuen Verpackungsform aber gleich groß bleiben.

a) Bisher wird als Verpackungsform ein Quader genutzt.

- Skizziere das dazugehörige beschriftete Quadernetz.

..... /2 P.

- Berechne, wie viel Verpackungsmaterial für den Quader benötigt wird.

..... /2 P.

b) Ein Auszubildender behauptet, dass es eine ganz einfache Lösung für das Verpackungsproblem gibt. Die Firma soll bei gleichem Volumen einen Würfel statt eines Quaders herstellen. So wird auf jeden Fall Verpackungsmaterial gespart.

- Ermittle die Kantenlänge des Würfels, der das gleiche Volumen wie die quaderförmige Verpackung hat.

..... /3 P.

- Entscheide, ob der Auszubildende mit seiner Behauptung recht hat, und begründe deine Entscheidung.

(Wenn du die Oberfläche des Quaders in a) nicht berechnen konntest, rechne hier mit $O_{\text{Quader}} = 450 \text{ cm}^2$ weiter.)

----- /2 P.

- c)** Der Chef der Verpackungsfirma ist überrascht von dem einfachen Vorschlag des Auszubildenden. Deshalb möchte er den Unterschied beim Verpackungsmaterial für die gesamte Jahresproduktion wissen.

- Berechne, wie viel Verpackungsmaterial bei der gesamten Produktion eines Jahres gespart oder mehr gebraucht würde, falls die Verpackungsform tatsächlich ein Würfel statt eines Quaders wäre.

(Solltest du bei b) zu keinem Ergebnis gekommen sein, rechne für die Oberfläche des Würfels mit $O_{\text{Würfel}} = 380 \text{ cm}^2$ weiter.)

----- /3 P.

Wahlteil zu B2

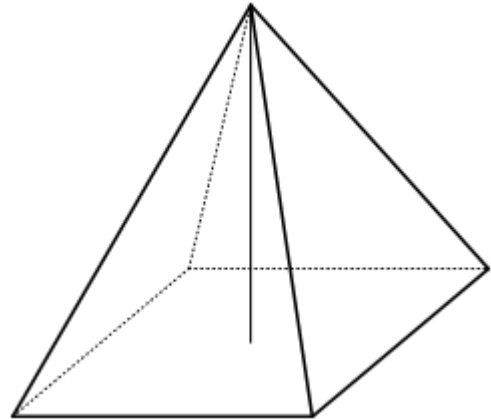
Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden

(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja nein

- d)** Der Chefdesigner der Firma regt an, eine Verpackung zu wählen, die weniger Flächen hat, aber dennoch das gleiche Volumen bietet. Daher schlägt er die skizzierte Pyramide als Verpackungsform vor.



- Finde eine Pyramide, die diese Vorgabe erfüllt und trage die entsprechenden Maße in die Skizze ein.
- Begründe deine gewählten Maße.

/4 P.

- e)** Der Chefdesigner ist davon überzeugt, dass eine Dreieckspyramide die wenigsten einzelnen Flächen aller möglichen Verpackungsformen hat.

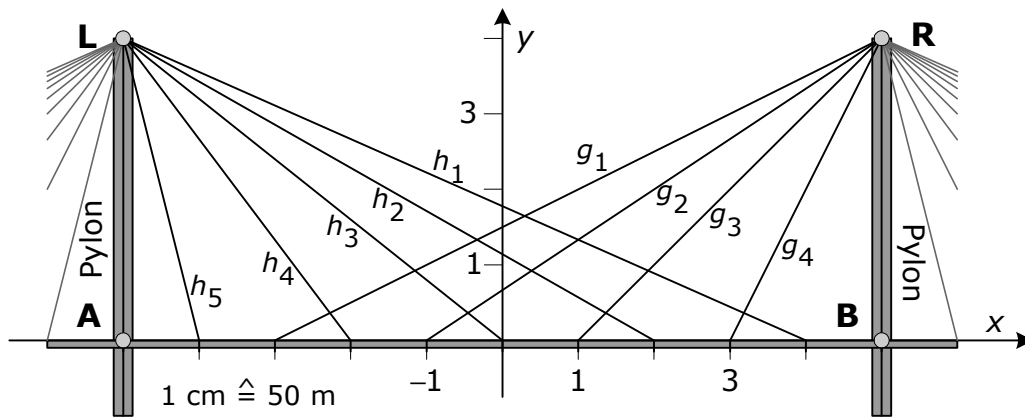
- Gib mindestens zwei mögliche Verpackungsformen an, die aus weniger einzelnen Flächen besteht als die Dreieckspyramide.

/2 P.

B3: Funktionen

Brückenmodelle

Die Zeichnung stellt den ersten Entwurf einer Schrägseilbrücke dar.
Ein Zentimeter in der Zeichnung entspricht 50 m in der Wirklichkeit.



- a) ➤ Bestimme die Spannweite der Brücke (von A nach B) und die Höhe der beiden gleich hohen Pylonen über der Fahrbahn (von A nach L oder von B nach R) in der Wirklichkeit.

..... /2 P.

- b) Der Verlauf der Tragseile wird durch die linearen Funktionen g_1 bis g_4 sowie h_1 bis h_5 beschrieben. Das Koordinatensystem hat seinen Ursprung in der Mitte der Brücke auf Höhe der Fahrbahn.

Zwei der Funktionsterme werden gleichgesetzt:

$$-\frac{4}{9}x + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

- Löse diese Gleichung.

..... /2 P.

Durch die Lösung der Gleichung und die Probe werden die Koordinaten eines Punktes P bestimmt.

- Bestimme diese Koordinaten rechnerisch und markiere den Punkt P in der obigen Abbildung.

..... /2 P.

- c) An dem ersten Entwurf wird kritisiert, dass die Pylonen viel zu hoch seien. Deshalb wird ein zweiter Entwurf durchgerechnet, in dem die folgenden Gleichungen den Verlauf der Tragseile beschreiben:

$$g_1(x) = 0,5x + 0,$$

$$g_2(x) = 0,5x - 0,5,$$

$$g_3(x) = 0,5x - 1,$$

$$g_4(x) = 0,5x - 1,5,$$

$$g_5(x) = 0,5x - 2$$

sowie

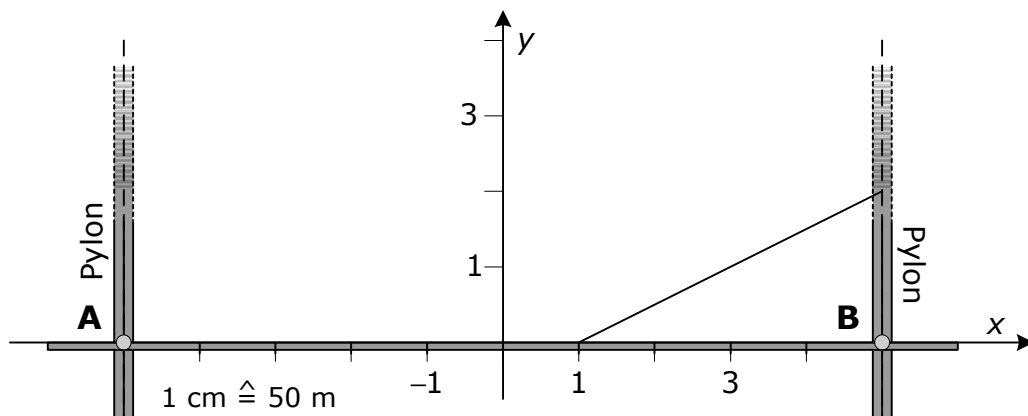
$$h_1(x) = -0,5x + 0,$$

$$h_2(x) = -0,5x - 0,5,$$

$$h_3(x) = -0,5x - 1,$$

$$h_4(x) = -0,5x - 1,5,$$

$$h_5(x) = -0,5x - 2.$$



In der Abbildung ist bereits ein Tragseil eingezeichnet.

- Entscheide, durch welche der oben genannten linearen Funktionen dieses Tragseil beschrieben wird und beschrifte es mit der zugehörigen Bezeichnung.

..... /1 P.

- Wähle eine weitere der oben genannten Funktionen aus und zeichne den Verlauf des zugehörigen Tragseils ein.

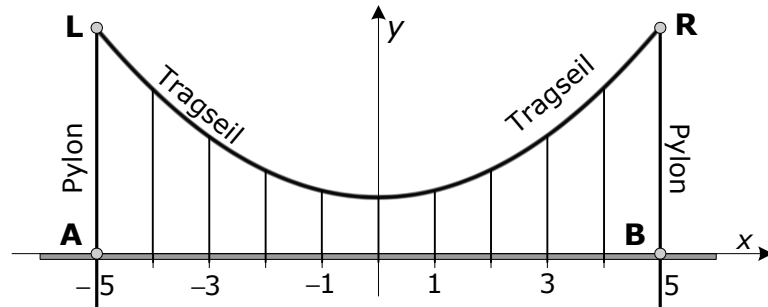
..... /1 P.

- Bestimme, welche Höhe für die Pylonen im zweiten Entwurf erforderlich ist. Nutze dazu die Funktionsgleichungen.

..... /1 P.

- d) Ein dritter Entwurf sieht eine Hängebrücke mit einem Tragseil vor, das parabelförmig durchhängt. Der Verlauf eines Tragseils wird durch die Funktion $p(x) = \frac{3}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ beschrieben. Eine Längeneinheit auf den Koordinatenachsen entspricht 50 m in der Wirklichkeit.

Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstäblich.



- Bestimme die Höhe des Tragseils über der Fahrbahn in der Mitte der Brücke.

..... /1 P.

- Berechne, welche Höhe für die Pylonen im dritten Entwurf erforderlich ist.

..... /2 P.

Wahlteil zu B3

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

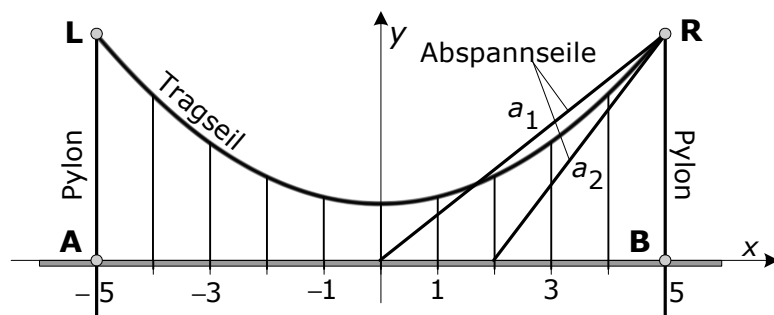
ja nein

- e) Die Brücke wird so gebaut wie im dritten Entwurf geplant.
Der Verlauf eines parabelförmig durchhängenden Tragseils wird durch die Funktion $p(x) = \frac{3}{25}x^2 + \frac{1}{2}$ beschrieben.

Eine Längeneinheit auf den Koordinatenachsen entspricht 50 m in der Wirklichkeit.

Für Bauarbeiten werden zwei Abspannseile montiert. Ihr Verlauf wird durch die linearen Funktionen $a_1(x) = 0,72x - 0,1$ und $a_2(x) = 1,2x - 2,5$ beschrieben.

Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstäblich.



- Berechne die Koordinaten der Punkte, an denen das Abspannseil a_1 in genau der gleichen Höhe über der Fahrbahn verläuft wie das Tragseil.

/4 P.

Durch Ablesen würde man in der obigen Skizze ermitteln, dass das Abspannseil a_2 im Punkt $(2 | 0)$ auf Höhe der Fahrbahn befestigt ist, also 100 m von der Brückenmitte entfernt. Durch eine Rechnung kann man zeigen, dass dieser Wert nicht exakt ist.

- Berechne, wie viele Meter von der Brückenmitte entfernt das Abspannseil a_2 tatsächlich auf Höhe der Fahrbahn befestigt ist.

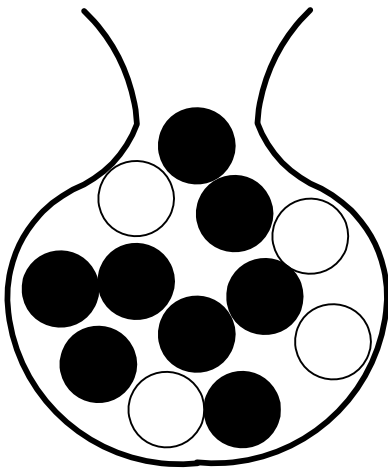
/2 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

Urnen

Die Klasse 10b führt verschiedene Urnenexperimente durch. Urnen sind undurchsichtige Behälter, in denen gleichartige Kugeln unterschiedlicher Farben liegen.

- a) In einer Urne befinden sich 4 weiße und 8 schwarze Kugeln.



- Gib die Wahrscheinlichkeit an, beim ersten Ziehen eine schwarze Kugel zu ziehen.

..... /1 P.

Veränderung: Vor dem ersten Zug werden 2 weitere weiße Kugeln in die Urne gelegt.

- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dann eine weiße Kugel zu ziehen.

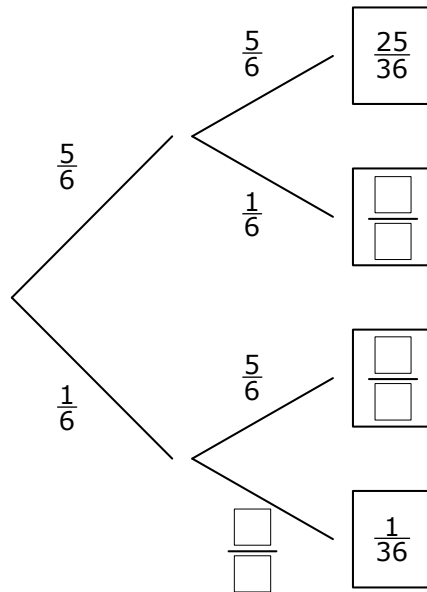
..... /1 P.

Es befinden sich (vgl. Abbildung) wieder 4 weiße und 8 schwarze Kugeln in der Urne. Sara kann eine Wette gewinnen, wenn sie eine weiße Kugel zieht. Vorher muss sie den Inhalt der Urne verändern: **Entweder** legt sie eine weiße Kugel zusätzlich in die Urne **oder** nimmt eine schwarze Kugel aus der Urne, um ihre Gewinnwahrscheinlichkeit zu erhöhen.

- Entscheide und begründe, was Sara tun soll, um ihre Wette möglichst zu gewinnen.

..... /3 P.

b) Hier siehst du die Abbildung eines Baumdiagramms.



➤ Ergänze die drei fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

----- /2 P.

Das Baumdiagramm passt zu einer der drei Situationen A, B oder C.

- A: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen gezogen.
- B: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird eine Kugel gezogen.
- C: Aus einer Urne mit 5 blauen Kugeln und 1 roten Kugel wird zweimal hintereinander mit Zurücklegen gezogen.

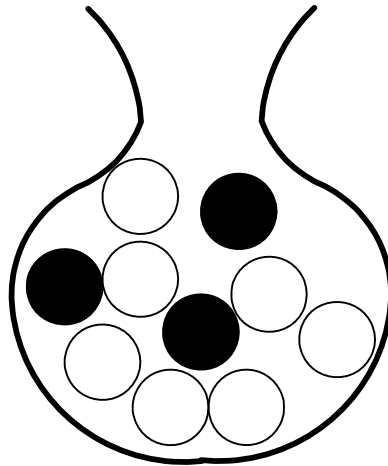
➤ Entscheide, welche der drei Situationen passt.

----- /1 P.

➤ Begründe, warum die anderen Situationen nicht infrage kommen.

----- /2 P.

- c) Aus einer Urne mit 7 weißen und 3 schwarzen Kugeln werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



- Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei schwarze Kugeln ziehen“.

..... /2 P.

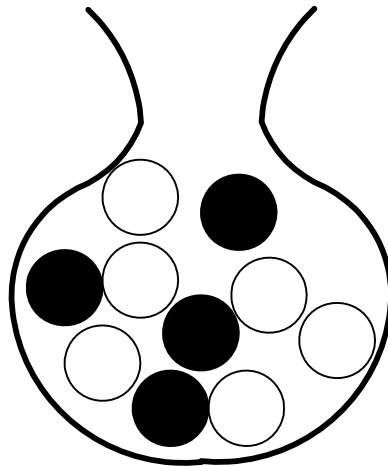
Wahlteil zu B4

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja nein

- d) In einer Urne befinden sich 4 schwarze und 6 weiße Kugeln. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



- Erstelle zu dieser Situation ein Baumdiagramm und beschrifte es.

..... /4 P.

- Ermittle die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „2 verschiedenfarbige Kugeln ziehen“.

..... /2 P.