

Zentrale Abschlussarbeit 2021

# Mathematik

**Korrekturanweisung**  
Mittlerer Schulabschluss

**Herausgeber**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

**Aufgabenentwicklung**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein  
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

**Umsetzung und Begleitung**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Grundsätzlich gilt, dass alle Rechenvarianten, die über einen nachvollziehbar richtigen Lösungsweg zu einem richtigen Ergebnis führen, mit voller Punktzahl bewertet werden.

## A Kurzformaufgaben

## Lösungen

**A1** Berechne 15 % von 140 €.

$$15 \% \text{ von } 140 \text{ €} = 21 \text{ €}$$

..... /1 P.

**A2** Rechne um.

$$4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$$

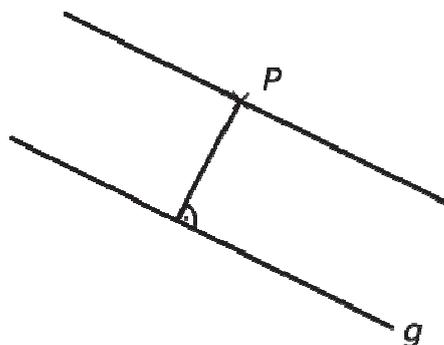
$$4 \text{ m}^2 = 40\,000 \text{ cm}^2$$

$$4 \text{ m}^3 = 4\,000\,000 \text{ cm}^3$$

..... /3 P.

**A3** a) Zeichne die Parallele durch den Punkt  $P$  zur Geraden  $g$ .

b) Gib den Abstand des Punktes  $P$  zur Geraden  $g$  an.



Abstand: 1,8 cm

..... /2 P.

**A4** Zerlege die Zahl 30 in ein Produkt aus Primzahlen.

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

..... /1 P.

**A5** Fülle die Lücken aus.

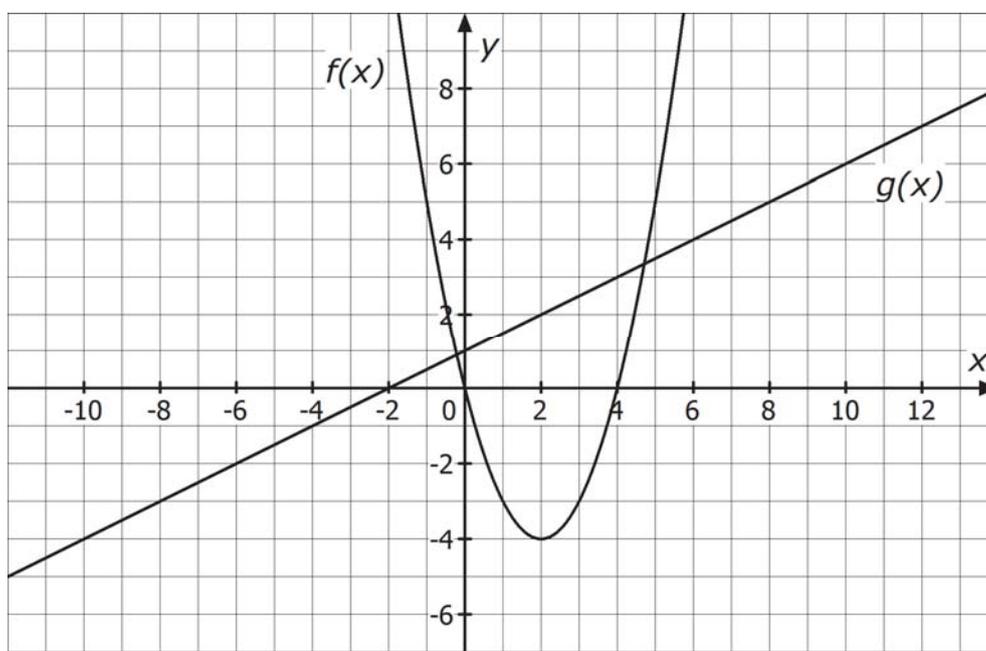
$$(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$$

..... /1 P.

**A6** Gib die Koordinaten des Scheitelpunktes und die Funktionsgleichung der verschobenen Normalparabel an.

$$S(2 \mid -4) \qquad f(x) = (x - 2)^2 - 4$$

Gib die Funktionsgleichung der Geraden g an.  $g(x) = 0,5 x + 1$



..... /3 P.

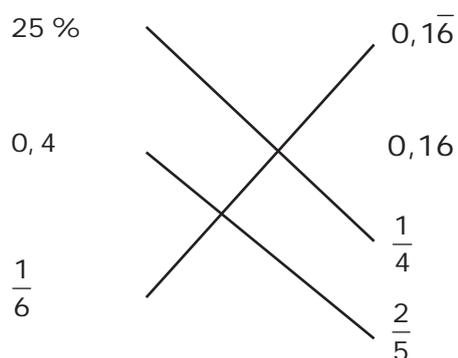
**A7** Ein Würfel hat ein Volumen von  $27 \text{ cm}^3$ . Berechne die Größe seiner Oberfläche.

$$a = 3 \text{ cm} \qquad (1)$$

$$O = 54 \text{ cm}^2 \qquad (1)$$

..... /2 P.

**A8** Ordne jeder Zahl links eine passende Zahl rechts zu.



..... /3 P.

**A9** Anna hat 2 Pizzen für 3 Personen bestellt. Es soll gerecht geteilt werden.

Gib an, wie viel Pizza jede Person bekommt.

$$\frac{2}{3}$$

..... /1 P.

Als Pizzabelag kann gewählt werden:

Fleisch	Extras	Käse
Salami	Ananas	Mozzarella
Schinken	Champignons	Gouda
	Zwiebeln	Edamer

Gib die Anzahl der Möglichkeiten an, Fleisch, Extras und Käse zu kombinieren. 18

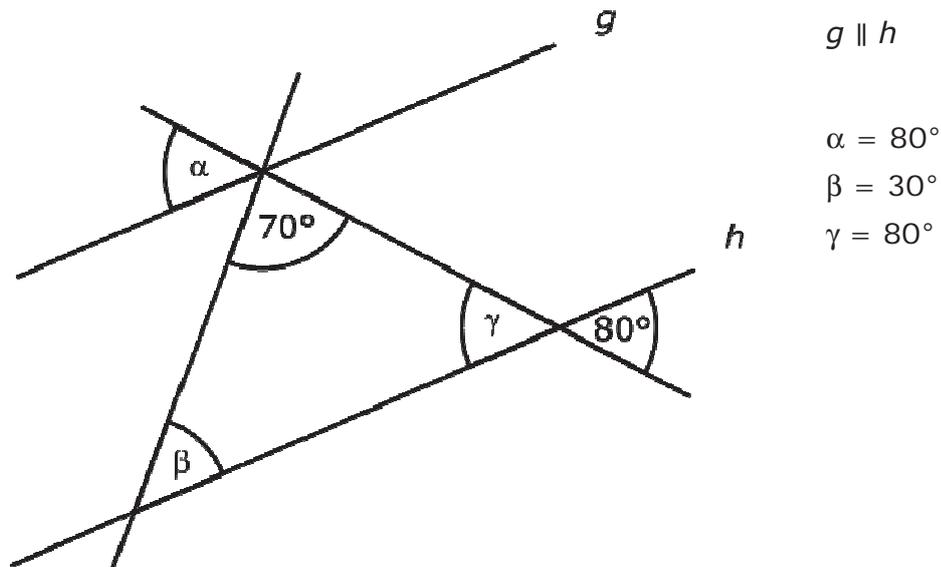
..... /1 P.

**A10** Gib einen Bruch zwischen  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{3}$  an.

z. B.:  $\frac{1}{2} > \frac{5}{12} > \frac{1}{3}$

..... /1 P.

**A11** Bestimme die Maße der fehlenden Winkel.



Die Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu.

----- /3 P.

**A12** Justin benutzt für die quadratische Gleichung  $x^2 + 4x + 12 = 0$  eine Lösungsformel:

$$x_1 = -\frac{4}{2} + \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 - 12}$$

$$x_2 = -\frac{4}{2} - \sqrt{\left(-\frac{4}{2}\right)^2 - 12}$$

Überprüfe, ob die Gleichung lösbar ist. Begründe!

Nein, die Gleichung ist nicht lösbar, (1)

da die Diskriminante  $< 0$  ist und man aus einer negativen Zahl

keine Wurzel ziehen kann. (1)

----- /2 P.

**A13** Gib die Lösungsmenge an.

I.  $x + y = 7$

$$L = \{(4|3)\}$$

II.  $x - y = 1$

----- /1 P.

- A14** Ein Kegel und ein Zylinder haben den gleichen Radius und die gleiche Höhe.

Das Volumen des Zylinders ist

dreimal so groß   $\frac{1}{3}$  mal so groß

doppelt so groß   $\frac{1}{2}$  mal so groß

wie das Volumen des Kegels.

..... /1 P.

- A15** Ergänze zu einer proportionalen Zuordnung.

x	2	8
y	24	<b>96</b>

..... /1 P.

Ergänze zu einer antiproportionalen Zuordnung.

x	2	8
y	24	<b>6</b>

..... /1 P.

- A16** In einer Urne befinden sich 3 rote, 4 weiße und 2 blaue Kugeln.

Gib die Wahrscheinlichkeit an,

im ersten Zug eine rote Kugel zu ziehen.

$\frac{3}{9}$

im 3. Zug eine blaue Kugel zu ziehen, wenn vorher eine rote und eine weiße Kugel gezogen und zur Seite gelegt wurden.

$\frac{2}{7}$

..... /2 P.

**A17** Gegeben sind drei Dreiecke mit folgenden Maßen:

	a	b	c
Dreieck 1:	6 cm	8 cm	15 cm
Dreieck 2:	6 cm	8 cm	12 cm
Dreieck 3:	6 cm	8 cm	10 cm

Begründe:

Das Dreieck 3 ist rechtwinklig, weil

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

(Satz des Pythagoras)

...../1 P.

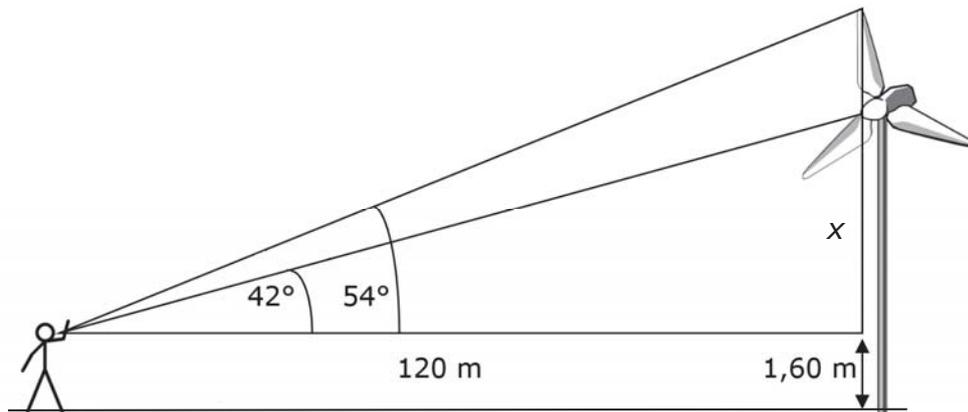
Das Dreieck 1 ist nicht konstruierbar, weil

$$c > a + b.$$

...../1 P.

**B1: Trigonometrie****Drei Windräder - Lösung****(1)**

- a)** gesucht: Vervollständigung der Skizze mit den gegebenen Streckenlängen und Winkelmaßen



Das Einzeichnen von  $x$  wird nicht erwartet.

/1 P.

- b)** gesucht: Höhe des Turmes.

Tangens im rechtwinkligen Dreieck:

$$\tan(42^\circ) = \frac{x}{120} \Rightarrow x \approx 108,05 \quad (1)$$

$$h_{\text{Nabenhöhe}} \approx 108,05 + 1,6 \quad (1)$$

$$h_{\text{Nabenhöhe}} \approx 109,65 \text{ m}$$

/2 P.

- c)** gesucht: Nachweis, dass ein Rotorblatt eine Länge von ca. 57 m hat.

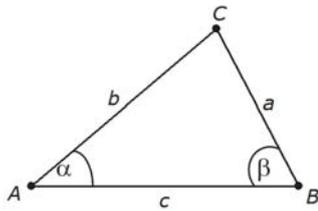
Tangens im rechtwinkligen Dreieck:

$$\tan(54^\circ) = \frac{x}{120} \Rightarrow x \approx 165,17 \quad (1)$$

$$\text{Länge}_{\text{Rotorblatt}} \approx 165,17 - 108,05 \approx 57,12 \quad (1)$$

/2 P.

(2) gesucht: Nachweis, dass die Vorgaben bei  $\overline{BC}$  eingehalten wurden



$$c = 400 \text{ m}$$

$$\alpha = 53^\circ$$

$$\beta = 61^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 53^\circ - 61^\circ \Rightarrow \gamma = 66^\circ \quad (1)$$

$$\frac{400}{\sin(66^\circ)} = \frac{a}{\sin(53^\circ)} \quad (1)$$

$$a \approx 349,69 \text{ m} \quad (1)$$

$$r = 57 \text{ m}$$

$$d = 114 \text{ m}$$

$$3d = 342 \text{ m} \quad (1)$$

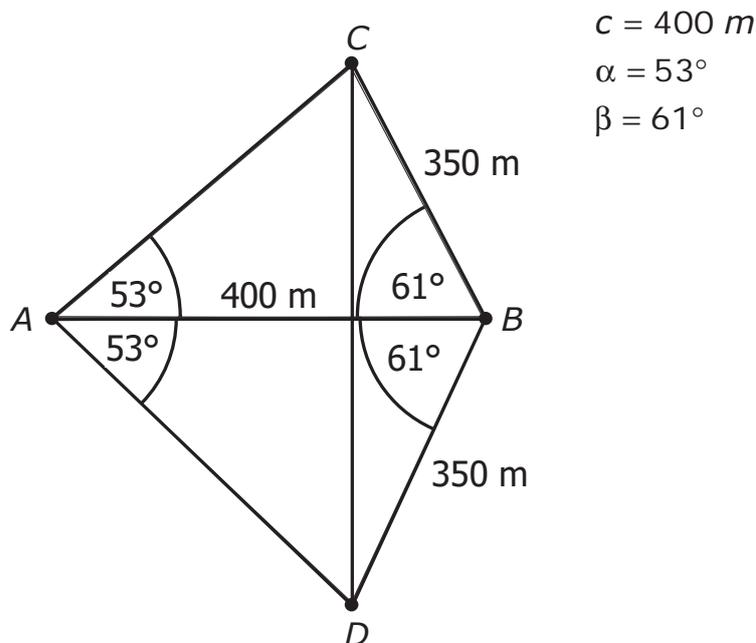
Mit 350 m wurde die Vorgabe eingehalten, da der dreifache Rotordurchmesser nur 342 m beträgt.

----- /4 P.

## Wahlteil zu B1

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3) a) gesucht: Vervollständigung der Skizze.



Der Punkt soll vergeben werden für die Ergänzung des Punktes D.

..... /1 P.

b) gesucht: Entfernung zwischen den Standorten C und D.

$$\beta = 61^\circ + 61^\circ = 122^\circ \quad (1)$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{350^2 + 350^2 - 2 \cdot 350 \cdot 350 \cdot \cos(122^\circ)} \quad (1)$$

$$|\overline{CD}| \approx 612,23 \quad (1)$$

Die Entfernung der Standorte C und D beträgt 612,23 m.

(Alternativ: Berechnung der Höhe auf  $\overline{AB}$  und Verdopplung dieser)

..... /3 P.

c) gesucht: Erläuterung der Lösungswege

Sarah	Jasmin
$A = 350 \cdot 400 \cdot \sin(61^\circ)$ $A \approx 122446,8$	$A = \frac{400 \cdot 612,23}{2}$ $A = 122446$

Sarah hat den Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Formel

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$  berechnet und anschließend den Flächeninhalt verdoppelt. (1)

Jasmin hat den Flächeninhalt des Drachenvierecks mit der Formel

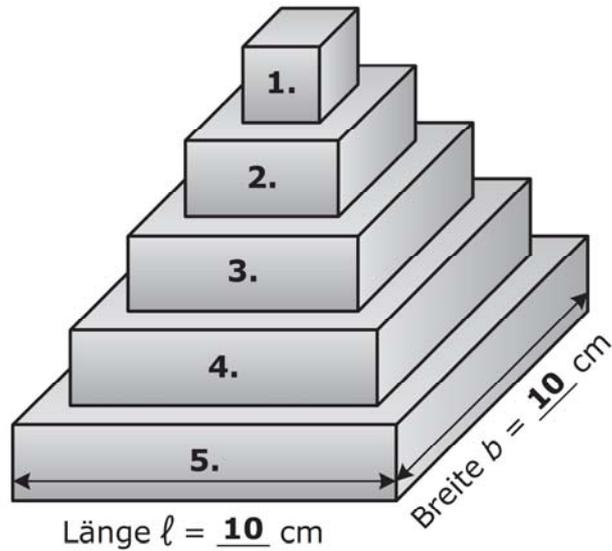
$A = \frac{e \cdot f}{2}$  berechnet. (1)

..... /2 P.

## B2: Stereometrie      Stufenpyramide – Lösungen

(1) erwartet: Maßangaben für Länge und Breite des 5. Quaders aus der Tabelle entnehmen, Bemaßungspfeile in der Abbildung beschriften (1)

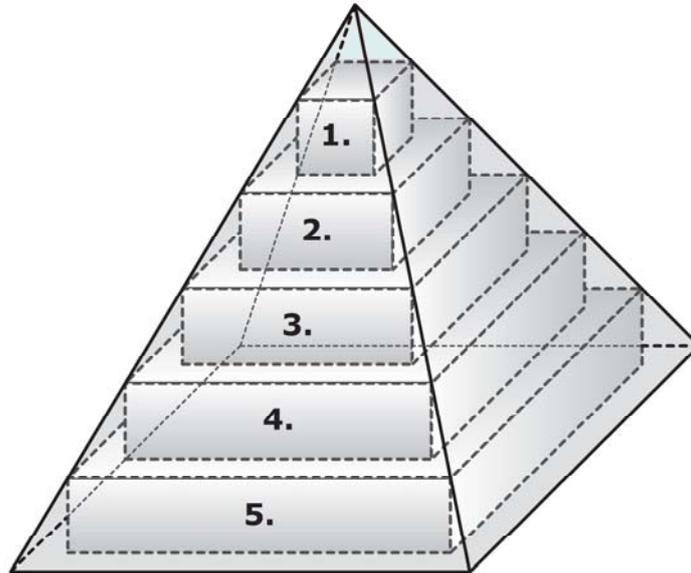
Volumen des 5. Quaders angeben (siehe Tabelle Zelle F5) (1)



	A	B	C	D	E	F
1	Quader Nr.	<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>
2	Länge in cm	2	4	6	8	10
3	Breite in cm	2	4	6	8	10
4	Höhe in cm	2	2	2	2	2
5	Volumen in $\text{cm}^3$	8	32	72	128	<b>200</b>
6	Masse in g	4	16	36	64	100

..... /2 P.

- (2) gegeben: Höhe der Gipspyramide 12 cm,  
Seitenlänge der quadratischen Grundfläche 12 cm



- a) erwartet: Berechnung des Gesamtvolumens der Gipspyramide

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 576 \quad (1)$$

Die Gipspyramide hat ein Gesamtvolumen von 576 cm<sup>3</sup>. (1)

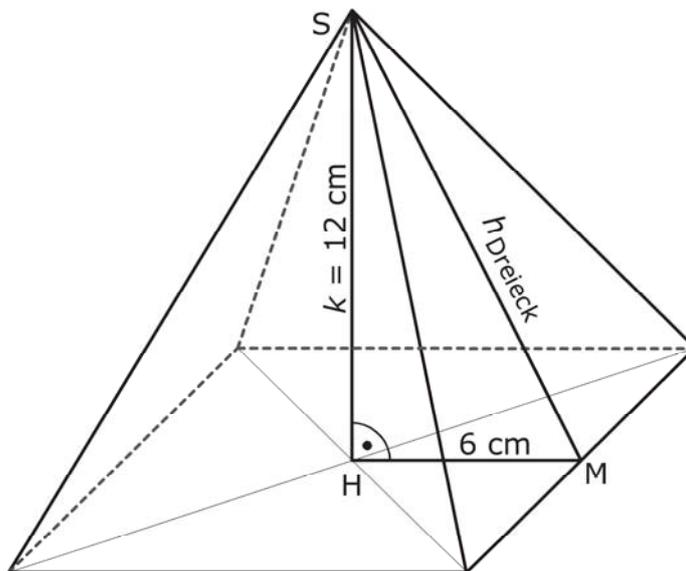
..... /2 P.

- b) erwartet: Beschreibung der Vorgehensweise um das Volumen der Gipsverkleidung zu berechnen, wenn das Volumen der Stufenpyramide bekannt ist.

Formulierungsbeispiel: Marcel muss von dem Gesamtvolumen das Volumen der Stufenpyramide aus Holz subtrahieren. (1)

..... /1 P.

- c) Nachweis, dass eine dreieckige Seitenfläche die Höhe  $\sqrt{180}$  cm hat.



*Satz des Pythagoras in einem passend gewählten rechtwinkligen Hilfsdreieck; das Ergänzen der Zeichnung wird nicht erwartet.*

*Da alle Maße in cm angegeben sind, wird eine Angabe von Einheiten nicht erwartet.*

$$h^2_{\text{Dreieck}} = 12^2 + 6^2 \quad (1)$$

$$\sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} \quad (1)$$

..... /2 P.

- d) Berechnung: Mantelfläche der Pyramide

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_{\text{Dreieck}}$$

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{180} \approx 322 \quad (1)$$

Die Mantelfläche hat einen Flächeninhalt von ca. 322 cm<sup>2</sup>. (1)

*Da alle Maße in cm angegeben sind, wird eine Angabe von Einheiten nicht erwartet.*

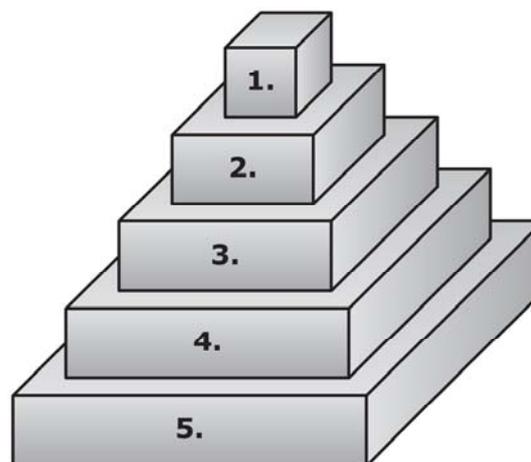
..... /2 P.

## Wahlteil zu B2

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3)

Marcel will die sichtbaren Flächen seiner Stufenpyramide farbig anstreichen, auch die Rückseite. Den Boden will er nicht streichen.



	A	B	C	D	E	F	G
1	Quader Nr.	<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
2	Länge in cm	2	4	6	8	10	<b>12</b>
3	Breite in cm	2	4	6	8	10	<b>12</b>
4	Höhe in cm	2	2	2	2	2	<b>2</b>
5	Seitenwand vorne in cm <sup>2</sup>	4	8	12	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>
6	Seitenwand rechts in cm <sup>2</sup>	4	8	12	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>
7	Seitenwand hinten in cm <sup>2</sup>	4	8	12	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>
8	Seitenwand links in cm <sup>2</sup>	4	8	12	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>24</b>
9	unbedeckte Oberseite	4	12	20	28	<b>36</b>	<b>44</b>
10	Summe Flächen	20	44	68	<b>92</b>	<b>116</b>	<b>140</b>

a) erwartet: Berechnung, wie viele cm<sup>2</sup> Holz angestrichen werden müssen

*Es sind verschiedene Vorgehensweisen möglich, z. B. das systematische Ausfüllen der Tabelle oder die Nutzung des funktionalen Zusammenhangs in Zeile 10 der Tabelle. Je nach gewähltem Lösungsweg wird ein Ansatz oder eine Beschreibung der Vorgehensweise sowie das Ergebnis 340 cm<sup>2</sup> erwartet. Wird stattdessen der Zuwachs von 116 cm<sup>2</sup> genannt, soll 1 Punkt abgezogen werden.*

..... /4 P.

- b)** erwartet: Angabe, um wie viele  $\text{cm}^2$  sich die anzustreichende Fläche vergrößert, wenn unter dem fünften Quader eine größere 6. Stufe eingefügt wird.

Beschreibung, wie der angegebene Wert bestimmt wurde

*Es sind die gleichen Vorgehensweisen wie in Teilaufgabe a) möglich.  
Erwartet wird der richtige Wert  $140 \text{ cm}^2$  für die Vergrößerung der anzustreichenden Fläche sowie ein Ansatz bzw. eine Beschreibung der Vorgehensweise.*

*Wird nur die nicht gefragte Summe der Flächeninhalte von  $480 \text{ cm}^2$  genannt, sollte für Teilaufgabe b) insgesamt 1 Punkt vergeben werden.*

..... /2 P.

**B3: Funktionen****Rechtecke – Lösungen****(1)****a)** gesucht: Funktionsgleichung  $f(x)$ 

$$f(x) = -\frac{7}{6}x + 3,5$$

/2 P.

**(2)****a)** gesucht: Beschreibung des VorgehensBreite  $b$  durch Ablesen ermittelt (Verdopplung von  $x$ ) (1)Höhe  $h$  durch Einsetzen von  $x = (-2)$  in  $g(x)$  ermittelt. (1)Flächeninhalt durch Einsetzen von  $b$  und  $h$   
in die Formel zur Bestimmung des Flächeninhalts  
eines Rechtecks ermittelt. (1)

/3 P.

**b)** gesucht: Nachweis, ob Tim recht hat.

Es handelt sich um eine quadratische Funktion. (1)

Dem Nachweis liegt die Symmetrieeigenschaft einer  
quadratischen Funktion zugrunde. (1)

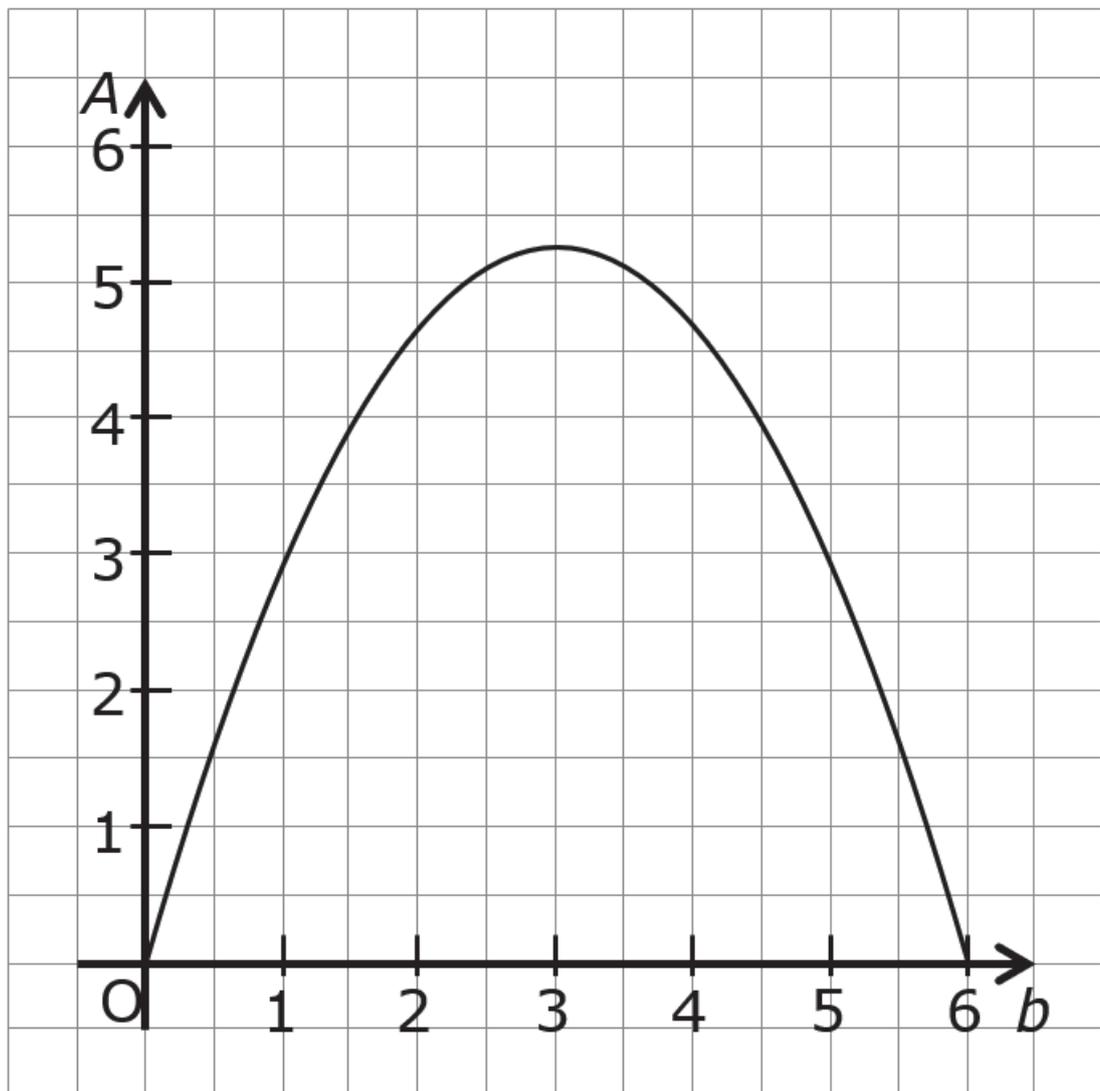
/2 P.

c) gesucht: Darstellung im Koordinatensystem

Bezeichnung der Achsen mit  $A$  und  $b$  (1)

Skizzieren der Werte (1)

(Die Wertepaare müssen nicht, wie im Beispiel dargestellt ist, zum Graphen einer quadratischen Funktion ergänzt werden.)



Bei einer Bezeichnung der Achsen ist kenntlich zu machen, welche Bedeutung  $x$  und  $y$  haben.

..... /2 P.

## Wahlteil zu B3

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

**(3)**

**a)** gesucht: Nachweis, dass die Aussage nicht stimmt

Der Nachweis kann rechnerisch durch Einsetzen oder argumentativ durch die Öffnung der Parabel erfolgen. (1)

..... /1 P.

**b)** gesucht: Funktionsgleichung  $k(x)$ .

$$k(2) = a \cdot (2 - 3)^2 + 5,25 \quad (1)$$

$$4\frac{2}{3} = a \cdot (2 - 3)^2 + 5,25$$

$$a = -\frac{7}{12} \quad (1)$$

$$k(x) = -\frac{7}{12} \cdot (x - 3)^2 + 5,25 \quad (1)$$

..... /3 P.

**c)** gesucht: Bedeutung der Nullstellen

Das Rechteck hat die Breite 6 cm und somit eine Höhe von 0 cm, d.h. einen Flächeninhalt von 0 cm<sup>2</sup>. (1)

Das Rechteck hat die Breite 0 cm und somit einen Flächeninhalt von 0 cm<sup>2</sup>. (1)

..... /2 P.

## B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

## Plättchen Lösungen

(1)

- a) gesucht: alle möglichen Zahlenkombinationen, die gezogen werden können

245, 254, 425, 452, 524, 542

..... /1 P.

- b) gesucht: die Wahrscheinlichkeit dafür, die größte der möglichen Zahlenkombinationen zu ziehen

$$P(542) = \frac{1}{6}$$

*Der Punkt wird auch erteilt, wenn bei a) nicht alle sechs Zahlenkombinationen genannt sind, das Ergebnis in b) aber folgerichtig ist.*

..... /1 P.

- (2) In einem zweiten solchen Stoffbeutel liegen identische Plättchen.



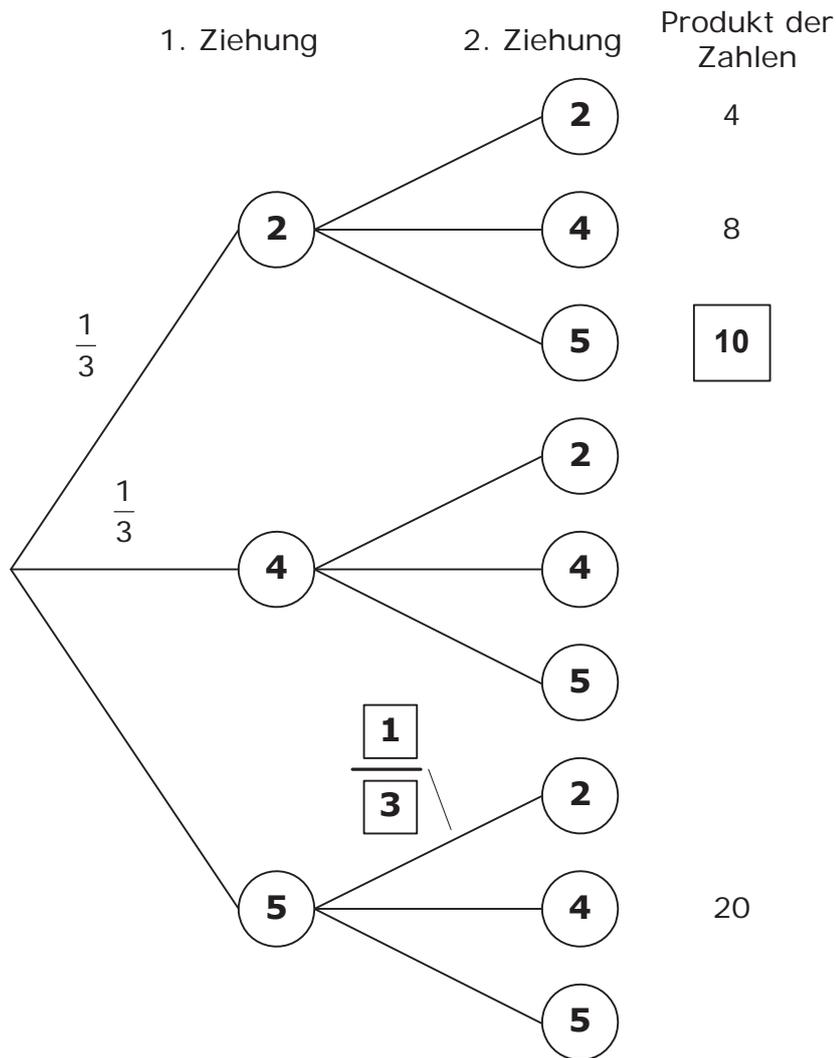
im ersten Stoffbeutel



im zweiten Stoffbeutel

Nun wird erst aus dem ersten Beutel ein Plättchen gezogen, dann wird aus dem zweiten Beutel ein Plättchen gezogen. Anschließend wird das Produkt beider Zahlen gebildet.

Dies ist im folgenden Baumdiagramm dargestellt.



**a)** erwartet: Ergänzung der drei leeren Felder

...../2 P.

**b)** gesucht: die Wahrscheinlichkeit dafür, als Produkt eine Quadratzahl zu erhalten.

$$P(\text{Quadratzahl}) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9}$$

*Der Zwischenschritt muss nicht angegeben werden.*

...../1 P.

- c) gesucht: ein Ereignis, für das die Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{9}$  beträgt.

Mögliche Ereignisse sind

Produkt der Zahlen ist 10 (von 2 und 5 bzw. 5 und 2)                   oder

Produkt der Zahlen ist 20 (von 4 und 5 bzw. 5 und 4)

*Es reicht die Angabe der gezogenen Nummern.*

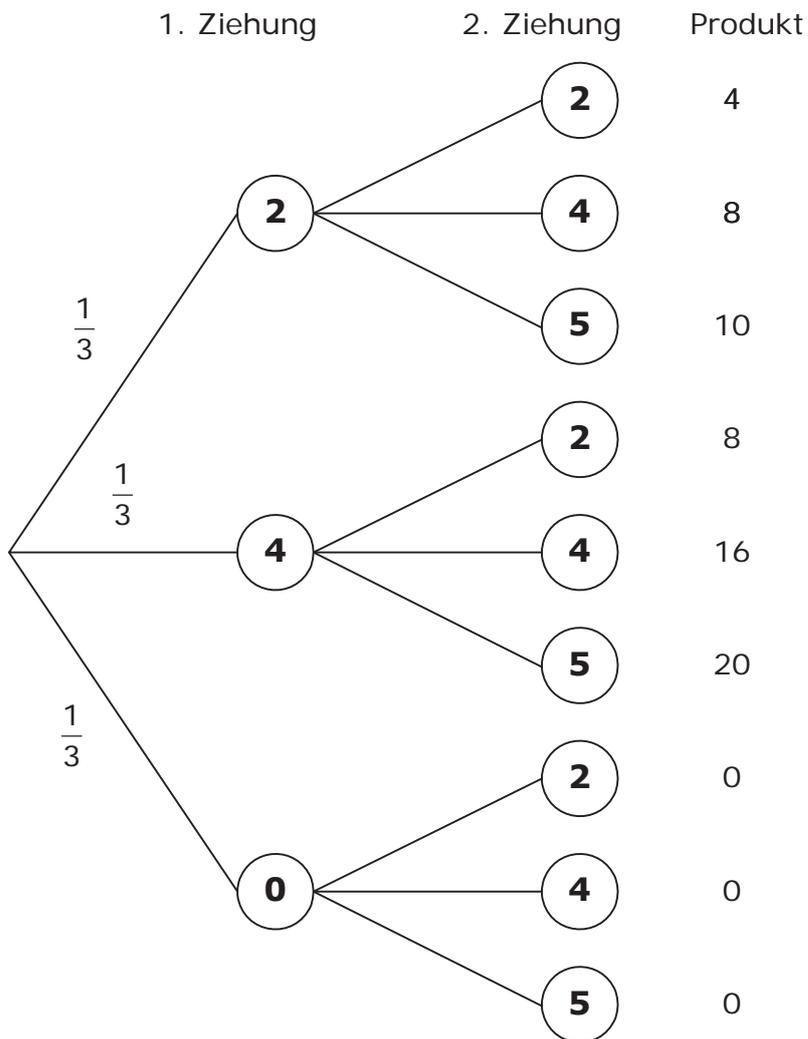
----- /1 P.

- (3)** In einem der beiden Stoffbeutel wird das Plättchen mit der Nummer 5 durch ein Plättchen mit der Nummer 0 ersetzt.

Es wird wieder nacheinander aus den beiden Stoffbeuteln je eine Zahl mit Zurücklegen gezogen und anschließend das Produkt beider Zahlen gebildet.

erwartet: Darstellung an einem Baumdiagramm, wie sich diese Veränderung auf die Produkte der Zahlen auswirkt

Beispiel für ein Baumdiagramm:



Es muss bei der ersten oder bei der zweiten Ziehung die Fünf/Fünfen durch eine Null/Nullen ersetzt werden.

Das Baumdiagramm ist entsprechend korrekt angelegt. (1)

Angabe der Ereignisse ist korrekt. (1)

Angabe der Produkte der Zahlen ist korrekt. (1)

..... /3 P.

## Wahlteil zu B4

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

- (4)** An einer stark befahrenen Straße wird eine Verkehrskontrolle durchgeführt. Die zulässige Höchstgeschwindigkeit beträgt dort 50 km/h.

Das Ergebnis der Kontrolle ist in der folgenden Tabelle dargestellt.

	Auto	Motorrad	gesamt
bis 50 km/h	2310	<b>140</b>	2450
über 50 km/h	<b>4120</b>	250	4370
gesamt	6430	<b>390</b>	6820

- a)** vgl. die fett gedruckten Werte in der Tabelle

..... /3 P.

- b)** In einer Zeitungsmeldung steht am nächsten Tag: „Der Anteil der Geschwindigkeitsübertretungen ist bei den Motorradfahrern wesentlich geringer als bei den Autofahrern.“

Gesucht: Beurteilung, ob diese Aussage richtig ist

Anteilsbildung für die Motorradfahrer:  $\frac{250}{390} \approx 64,1\%$  (1)

Anteilsbildung für die Autofahrer:  $\frac{4120}{6430} \approx 64,1\%$  (1)

Die Aussage ist falsch, da die Anteile nahezu gleich sind. (1)

..... /3 P.



**Bewertungsschlüssel MSA**

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	$\geq 90$	1
60 - 71	$\geq 75$	2
48 - 59	$\geq 60$	3
36 - 47	$\geq 45$	4
18 - 35	$\geq 22$	5
17 - 0	$< 22$	6

