

Schleswig-Holstein  
Der echte Norden



**Korrekturanweisung**  
**Mathematik 2023**  
Mittlerer Schulabschluss

**Übungsheft**

**Herausgeber**

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur  
des Landes Schleswig-Holstein  
Brunswiker Straße 16-22, 24105 Kiel

**Aufgabenentwicklung**

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur  
des Landes Schleswig-Holstein  
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein  
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

**Umsetzung und Begleitung**

Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur  
des Landes Schleswig-Holstein  
zab1@bildungsdienste.landsh.de

**A: Kurzformaufgaben****Lösungen**

**A1** Ein Beutel enthält 4 rote, 3 gelbe und 2 blaue Kugeln. Es soll eine blaue oder eine gelbe Kugel gezogen werden. Kreuze die richtige Wahrscheinlichkeit an.

$\frac{4}{5}$

$\frac{5}{9}$

$\frac{4}{9}$

$\frac{3}{5}$

/1 P.

**A2**  $\sqrt{10}$  liegt zwischen

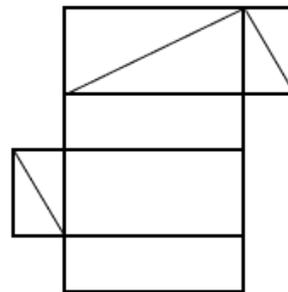
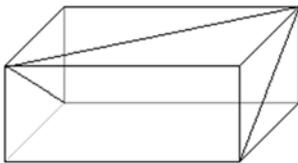
 2,5 und 3

 3 und 3,5

 3,5 und 4

/1 P.

**A3** Zeichne in das Quadernetz die fehlenden Diagonalen ein.



/2 P.

**A4** Ordne jedem Term den passenden Wert zu.

$\sqrt[3]{8}$  ————— 2

$2^{-3}$  ————— 0,125

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$  —————  $\frac{7}{12}$

/3 P.

**A5** Beverly fährt mit Inlineskates und braucht für die 8 km bis zu einer Skaterbahn 20 Minuten. Dort schaut sie Freunden 30 Minuten beim Skaten zu. Anschließend fährt sie mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von  $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  weiter zu ihrer Oma. Dort kommt sie 30 Minuten später an.

a) Zeichne in das folgende Koordinatensystem ein Zeit-Weg-Diagramm für Beverlys Fahrt.



Das erste und dritte Teilstück muss nicht linear gezeichnet sein.

..... /1 P.

b) Ergänze den fehlenden Wert: Bis zur Skaterbahn ist Beverly mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von  $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  gefahren.

..... /1 P.

**A6** Der Preis eines Pullovers ist um 40 % reduziert worden. Der Pullover kostet jetzt 42 €. Wie teuer war er vor der Preisreduzierung?

58,80 €

70 €

105 €

..... /1 P.

**A7** Bei den Faktoren fehlt jeweils ein Komma. Ergänze so, dass die Gleichung richtig ist.

z. B.  $1,06 \cdot 2,345 = 2,4857$

z. B.  $34,5 \cdot 9,03 = 311,535$

----- /2 P.

**A8** Widerlege jede Aussage, z. B. indem du ein Gegenbeispiel angibst.

**a)** Aussage: „Das Produkt zweier rationaler Zahlen ist stets größer als die einzelnen Faktoren.“

z. B.  $(-2) \cdot 3 = (-6)$ ,  $(-6) < (-2)$  und  $(-6) < 3$

----- /1 P.

**b)** Aussage: „Wenn zwei Prismen eine gleichgroße Grundfläche haben, dann haben sie auch das gleiche Volumen.“

Das Volumen von Prismen hängt von der Grundfläche und der Länge der Höhe ab. Nur bei gleichlangen Höhen haben zwei Prismen mit gleichgroßer Grundfläche das gleiche Volumen.

----- /1 P.

**A9** Die längste Seite eines Dreiecks ist mit  $c$  bezeichnet und es gilt:

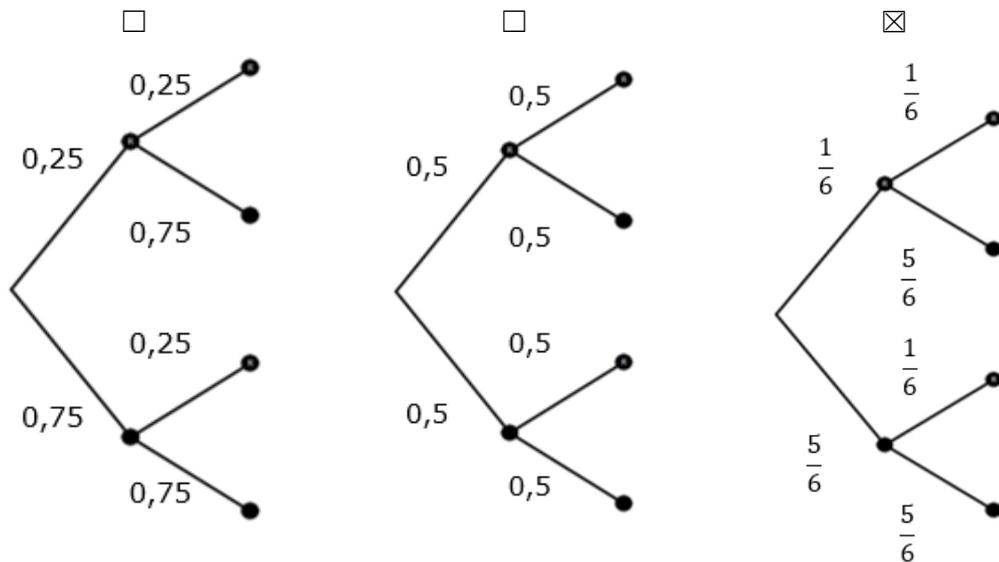
$$a^2 + b^2 < c^2$$

Was lässt sich daraus folgern?

- Das Dreieck ist spitzwinklig.
- Das Dreieck ist rechtwinklig.
- Das Dreieck ist stumpfwinklig.

----- /1 P.

**A10** Jasmin würfelt zweimal mit einem normalen sechsseitigen Spielwürfel. Sie will die Wahrscheinlichkeit für das Werfen von zwei Sechsen bestimmen. Kreuze das passende Baumdiagramm an.



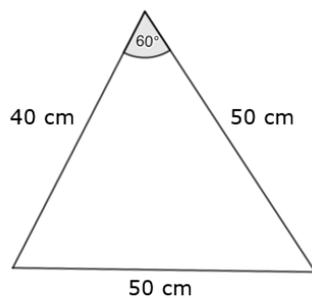
----- /1 P.

**A11** Ergänze so, dass diese Gleichung stimmt.

$$1 \text{ dm} + 1,9 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

----- /1 P.

**A12** Begründe, warum es kein Dreieck mit diesen Maßen geben kann.



Da das Dreieck gleichschenkelig ist, muss das Dreieck zwei gleich große  
 Winkel haben. Da der dritte Winkel dann auch  $60^\circ$  groß sein muss, wäre  
 das Dreieck gleichseitig.

----- /1 P.

**A13** Eine Parabel hat die Funktionsgleichung  $f(x) = 2(x - 5)^2 - 3$ .

Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch
Die Parabel ist nach unten geöffnet.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion hat keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Parabel verläuft durch den Punkt P (5 / -3).	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Parabel ist nach links verschoben.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

*1 Punkt wird bei zwei richtigen Lösungen vergeben. 2 Punkte werden bei drei richtigen Lösungen vergeben und 3 Punkte werden bei vier richtigen Lösungen gegeben.*

----- /3 P.

**A14** Die Kantenlänge eines Würfels wird verdoppelt. Damit vergrößert sich sein Volumen auf:

das Doppelte       das Vierfache       das Achtfache

----- /1 P.

**A15** In der 10b wurde gefragt, welche Sportarten ausgeübt werden. Die folgende Tabelle stellt die Befragungsergebnisse dar.

Sportart	Anzahl der Nennungen
Fußball	### IIII
Handball	IIII
Hockey	### II

Prüfe folgende Aussagen. Kreuze jeweils an.

	wahr	falsch
Hockey hat eine relative Häufigkeit von 0,7.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Handball hat eine relative Häufigkeit von 0,2.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite der Nennungen beträgt 5.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 Punkte werden bei drei richtigen Lösungen vergeben. 1 Punkt wird bei zwei richtigen Lösungen vergeben.

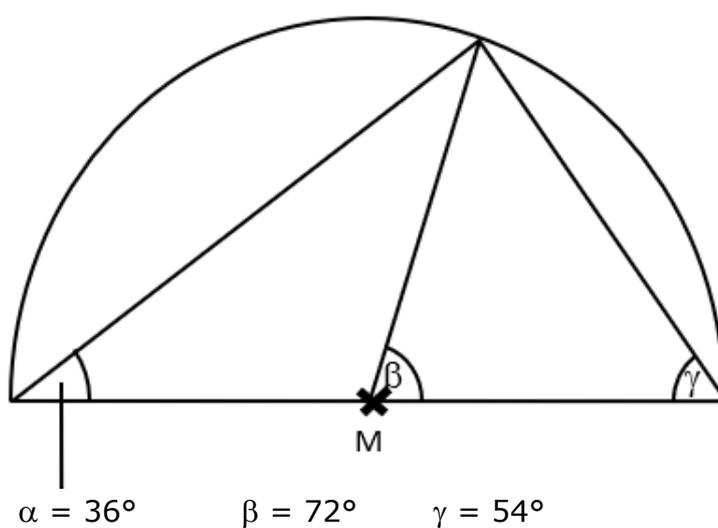
----- /2 P.

**A16** Setze ein Klammerpaar so ein, dass aus der Gleichung eine wahre Aussage wird.

$$2 \cdot (4 + 8) : 4 = 6$$

----- /1 P.

**A17** Gib die Größen der Winkel  $\beta$  und  $\gamma$  an.



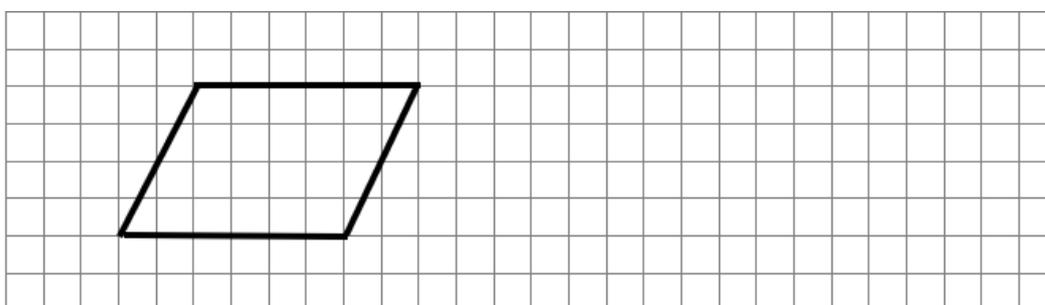
----- /2 P.

**A18** Kreuze an, ob die Gleichungen keine, eine oder zwei Lösungen besitzen.

	Keine Lösung	Eine Lösung	Zwei Lösungen
$x^2 + x + 2 = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3(x - 1)^2 = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

..... /2 P.

**A19** Zeichne ein Parallelogramm mit einem Flächeninhalt von  $A=6 \text{ cm}^2$ .



..... /1 P.

**A20** Verbinde die beiden Ereignisse mit der passenden Wahrscheinlichkeit.

	0 %
	1 %
Beim Werfen zweier Münzen zeigen beide Zahl.	3 %
	4 %
	6 %
	25 %
Beim Würfeln mit einem normalen sechsseitigen Spielwürfel wird eine Augenzahl kleiner als 4 erzielt.	50 %
	100 %

..... /2 P.

**B1: Trigonometrie****Kreis – Lösungen****(1) a)** gesucht: Nachweis zur DreiecksartDas Dreieck  $ABM$  ist immer gleichschenkelig, (1)

weil die beiden Schenkel der Länge des Radius entsprechen. (1)

/2 P.

**b)** gesucht: Länge der Strecke  $\overline{AB}$  in cm

$$|AB|^2 = |MA|^2 + |MB|^2 - 2 \cdot |MA| \cdot |MB| \cdot \cos(\gamma) \quad (1)$$

$$|AB|^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos(107^\circ) \quad (1)$$

$$|AB| \approx 8,04 \quad (1)$$

Die Strecke  $\overline{AB}$  ist etwa 8 cm lang.

/3 P.

**c)** gesucht: Nachweis, ob Mark recht hat

Mark hat recht. (1)

Die vollständige Begründung muss enthalten: (1)

Die Höhe  $h$  zerlegt das Dreieck  $ABM$  in zwei rechtwinklige Dreiecke.Es gilt der Sinus im rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse  $\overline{MB}$  und der Gegenkathete  $h$ .

/2 P.

**(2)****a)** gesucht: Begründung für die Größe des Winkels  $\sphericalangle CMB$ Das Dreieck ist gleichseitig, da alle Seitenlängen der Länge des Radius entsprechen. Daher sind alle Winkel  $60^\circ$  groß.

/1 P.

**b)** gesucht: Nachweis, dass gilt:  $\cos(\sphericalangle CMA) = -1$ Der Abstand ist maximal, wenn die Strecke  $\overline{AC}$  dem Durchmesser entspricht, d.h.

$$\sphericalangle CMA = 180^\circ \rightarrow \cos(180^\circ) = -1$$

/1 P.

## Wahlteil zu B1

Du musst zwei der vier Wahlteile bearbeiten.

(3)

a) gesucht: Skizze

Alle Punkte  $A, B, C$  liegen auf der Kreislinie.

Die Strecke  $\overline{AB}$  ist 6 cm lang. (1)

Die anliegenden Winkel sind  $70^\circ$  und  $62^\circ$  groß. (1)

*Skizzieren lässt geringe Abweichungen bei den Winkeln zu.*

----- /2 P.

b) gesucht: Länge der Seite  $b$

$$\frac{6 \text{ cm}}{\sin(48^\circ)} \cdot \sin(62^\circ) = b$$

$$b \approx 7,13 \text{ cm}$$

----- /1 P.

(4)

a) gesucht: Beschreibung einer Möglichkeit, z.B.

Punkte  $A$  und  $B$  so auf der Kreislinie wählen,

dass  $\overline{AB}$  der Durchmesser ist. (1)

Punkt  $C$  beliebig auf Kreislinie wählen. (1)

----- /2 P.

b) gesucht: Möglichkeit für die Seitenlängen des rechtwinkligen Dreiecks;

Die Summe der Kathetenquadrate hat den Wert 100, z.B.

Katheten-Längen: 6 cm und 8 cm

----- /1 P.

**B2: Stereometrie****Inbus – Lösungen**

(1) a) gesucht: korrekte Abstandsmessung

Nur die Messung auf dem dritten Bild passt zur Beschreibung.

----- /1 P.

b) gesucht: Zeichnung eines regelmäßigen Sechsecks

Innenwinkel  $60^\circ$  (1)

Kreis mit dem Radius 5 cm  
bzw. entsprechende Abstandsmarkierungen (1)

Tangenten  
bzw. Kanten senkrecht zu den Hilfslinien aus Schritt 1 (1)

*Es ist nicht notwendig, für die Konstruktion einen Zirkel zu verwenden.*

----- /3 P.

(2) a) gesucht: Entscheidung, ob die Näherungsrechnung ein zu großes oder zu kleines Ergebnis liefert und Begründung

Das Ergebnis ist etwas zu klein. (1)

Die Rechnung geht von einer kleineren Grundfläche aus.  
Der Kreis mit dem Radius 2,5 mm passt vollständig in die  
Sechseckfläche hinein. (1)

----- /2 P.

b) gesucht: Volumenanteil der Vertiefung am gesamten Schraubenkopf.

Mikas Rechnung für das Volumen der Vertiefung in  $\text{mm}^3$ :

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 3,5 \approx 68,7 \quad (1)$$

Volumen des gesamten Schraubenkopf-Zylinders in  $\text{mm}^3$ :

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot 5,0^2 \cdot 6,0 \approx 471,2 \quad (1)$$

$$\frac{V}{V_{\text{Zylinder}}} \approx 14,6\% < 20\% \quad (1)$$

Mikas Vermutung ist richtig.

----- /3 P.

## Wahlteil zu B2

## Lösungen

(3) a) gesucht: Schätzung eines Flächeninhalts

Der gesuchte Flächeninhalt liegt zwischen 20 cm<sup>2</sup> und 80 cm<sup>2</sup>.

----- /1 P.

b) gesucht: Erläuterung für eine geschickte Rechnung

Die sechseckige Grundfläche in der Vertiefung des Schraubenkopfs ergänzt den oberen Rand zu einer Kreisfläche. (1)  
Es ist also nur der Flächeninhalt eines Kreises zu berechnen, ein

geeigneter Term ist  $\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$  (1)

----- /2 P.

c) gesucht: Flächeninhalt der Mantelflächen von Zylinder und Prisma

$$A = M_{\text{Zylinder}} + M_{\text{Prisma}} \\ = 6 \cdot a \cdot t + \pi \cdot d \cdot k \quad (1)$$

$$= 6 \cdot 2,9 \cdot 3,5 + \pi \cdot 10 \cdot 6 \quad (1)$$

$$\approx 249,4 \quad (1)$$

Der Flächeninhalt beträgt 249,4 mm<sup>2</sup>.

----- /3 P.

## B3: Funktionen      Internet-Zugriffe – Lösungen

(1) a) gesucht: Nachweis, dass das Wachstum näherungsweise exponentiell ist

	Term	q
Montag-Dienstag	$\frac{1587}{1466}$	1,0825
Dienstag-Mittwoch	$\frac{1715}{1587}$	1,0807
Mittwoch-Donnerstag	$\frac{1853}{1715}$	1,0805
Donnerstag-Freitag	$\frac{2005}{1853}$	1,0820
Montag-Freitag	$\sqrt[4]{\frac{2005}{1466}}$	1,0814

Ein Wachstumsfaktor wurde berechnet. (1)

Die Wachstumsfaktoren sind ungefähr gleich, also ist das Wachstum ungefähr exponentiell. (1)

*Es wird nicht erwartet, dass der „Montag-Freitag“-Faktor bestimmt wird.*

----- /2 P.

b) gesucht: Nachweis, dass sich nach 21 weiteren Tagen der Wert auf eine Anzahl von mehr als 10 000 Klicks an einem Tag erhöht haben wird.

$$2005 \cdot 1,0814^{21} \approx 10371 [ > 10000 ] \text{ (mit gerundetem Wachstumsfaktor)}$$

$$2005 \cdot 1,0814\dots^{21} \approx 10376 [ > 10000 ] \text{ (mit ungerundetem Faktor)}$$

$$2005 \cdot 1,08^{21} \approx 10093 [ > 10000 ] \text{ (mit „Ersatz“-Faktor)}$$

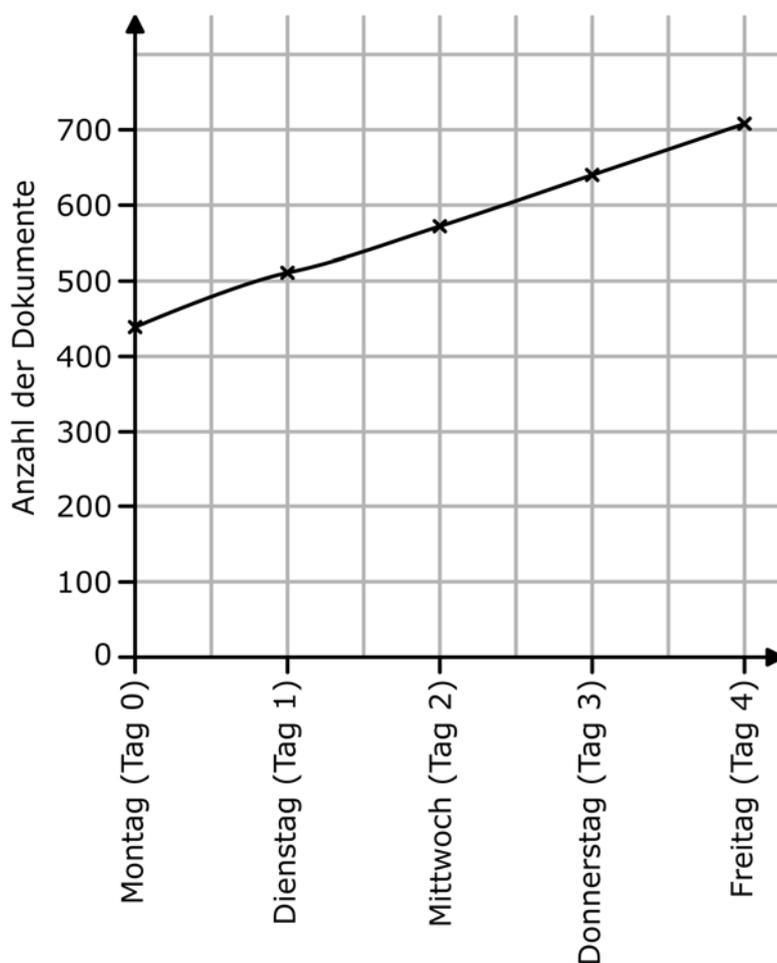
*1 Punkt für den Ansatz; beide Punkte für einen auf einem berechneten Wert basierenden vollständigen Nachweis, der auch verbal begründet werden kann.*

*Der explizite Vergleich mit 10 000 ist nicht erforderlich.*

----- /2 P.

(2) a) gesucht: Darstellung im Koordinatensystem

Tag	Anzahl der Dokumente
Montag	439
Dienstag	511
Mittwoch	572
Donnerstag	640
Freitag	708



Akzeptiert werden ein Liniendiagramm, ein Punktdiagramm und auch ein Säulendiagramm. Das Verbinden der Punkte zu einem Liniendiagramm kann per Hand, als „Zick-Zack“-Linie oder durch Verbinden von erstem und letztem Punkt durch eine Strecke erfolgen.

1 Punkt für ein erkennbar nahezu lineares Wachstum; beide Punkte für eine vollständig korrekte Darstellung.

/2 P.

b) gesucht: modellierender Funktionstyp

Eine lineare Funktion beschreibt die Zunahme gut.

..... /1 P.

c) gesucht: ungefähre Anzahl der Dokumente an Tag 5

Die Anzahl der Dokumente nimmt täglich um ungefähr 70 zu. (1)

An Tag 5 können etwa 775 Dokumente erwartet werden. (1)

*Ein Lösungsintervall von 760 bis 790 wird akzeptiert. Eine konkrete Berechnung der Zuwächse oder des Durchschnitts der Zuwächse wird nicht erwartet – ein Ergebnis im Lösungsintervall auf Grundlage eines Überschlags wird vollständig anerkannt.*

..... /2 P.

## Wahlteil zu B3

(3) a) gesucht: Tage mit geringeren Zahlen

An Samstagen und Sonntagen sind die Zahlen geringer.

..... /1 P.

b) gesucht: Grund für Peters Negieren eines exponentiellen Wachstums

Ein exponentieller Wachstumsprozess ist streng wachsend oder streng fallend. Die „Einbrüche“ der grundsätzlich steigenden Werte an Wochenend-Tagen sind damit nicht vereinbar.

..... /1 P.

c) gesucht: Grund für Martas Widerspruch

Marta „überbrückt“ die Wochenend-Tage. Sie schaut von Montag zu Montag bzw. Dienstag zu Dienstag usw.

..... /1 P.

(4) gesucht: Überprüfung von Cleos Behauptung

$$2 \cdot 365 \cdot 40 \cdot 1,44$$

(1)

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 365 \cdot 40 \cdot 1,44 \text{ MB} &= 730 \cdot 40 \cdot 1,44 \text{ MB} \\
 &= 42\,048 \text{ MB} \\
 &\approx 42 \text{ GB} \\
 &\approx 0,042 \text{ TB} \\
 &\approx 0,000042 \text{ PB} < 1 \text{ PB}
 \end{aligned}$$

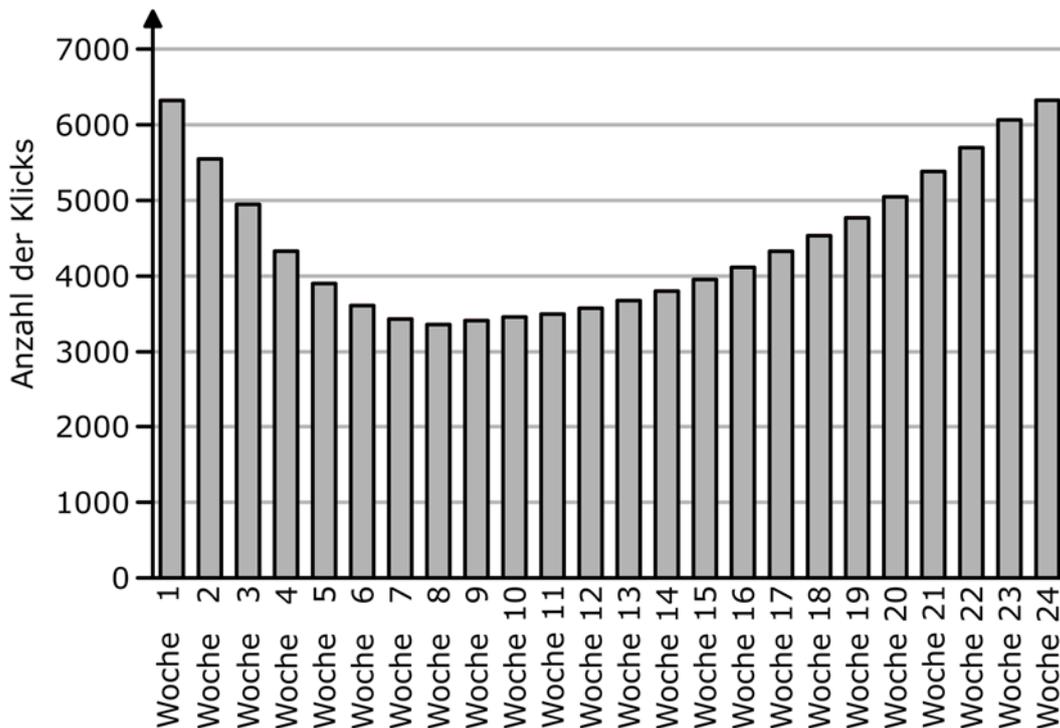
Cleos Behauptung ist also falsch und sehr weit von der Realität entfernt. (1)

*Das Widerlegen kann auch mit einem Überschlag erfolgen.*

*Hinweis: Die Angaben in der Tabelle der Aufgabenstellung entsprechen den üblichen gerundeten Angaben, in der Informatik würde man andere Angaben machen, da  $1 \text{ kB} = 1024 \text{ B}$  sind.*

/2 P.

(5) gesucht: Widerlegung von Dimitris Vermutung



Die Werte müssten annähernd durch eine Parabel beschrieben werden können. Eine Parabel müsste symmetrisch sein. Dies ist hier offenbar nicht der Fall.

*Alle schlüssigen Begründungen werden akzeptiert; sie müssen nicht Elemente der hier angegebenen Argumentation benutzen.*

/1 P.

## B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

## Münzen – Lösungen

(1) gesucht: fehlende Werte

				
<b>absolute Häufigkeit</b>	30	2	<b>18</b>	50
<b>relative Häufigkeit</b>	<b>0,60</b>	0,04	<b>0,36</b>	1

Ein Punkt für einen richtigen Wert; zwei Punkte, wenn alle Werte richtig sind.

----- /2 P.

(2) a) gesucht: Begründung

Man erkennt, dass nach einem Wurf die relative Wahrscheinlichkeit für Zahl bei 1 liegt. Also wurde im ersten Wurf „Zahl“ geworfen.

----- /1 P.

b) gesucht: Anzahl der Würfe mit „Zahl“

Es wurde 6-mal „Zahl“ geworfen.

----- /1 P.

c) gesucht: relative Häufigkeit nach 8 Würfeln

Nach 8 Würfeln wurde 5-mal Zahl geworfen.

(1)

$$\frac{5}{8} = 0,625.$$

----- /2 P.

- d) gesucht: Die Wahrscheinlichkeit, bei der Münze zweimal hintereinander das gleiche Symbol zu werfen.

$$P(\text{Kopf}) = 1 - 0,58 = 0,42 \quad (1)$$

Ansatz Pfadregel (Multiplikation)

$$0,58^2 = 0,3364 \quad 0,42^2 = 0,1764 \quad (1)$$

Ansatz Pfadregel (Addition)

$$0,3364 + 0,1764 = 0,5128 \quad (1)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zweimal hintereinander das gleiche Symbol wirft, beträgt 51,28 %.

----- /3 P.



c) gesucht: mögliche Geldbeträge

Es gibt 9 verschiedene Beträge:

1,50 €

2,00 €

2,50 €

3,00 €

3,50 €

4,00 €

4,50 €

5,00 €

6,00 €

*Ein Punkt für fünf richtig angegebene Beträge; beide Punkte, wenn alle Beträge richtig angegeben sind.*

..... /2 P.